



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
CAMPUS ARAPIRACA
FÍSICA - LICENCIATURA

JONAS FEITOSA LIMA

**UM ESTUDO SOBRE O TEMPO: AS INTERPRETAÇÕES DO TEMPO NO
CONTEXTO FÍSICO**

ARAPIRACA
2023

Jonas Feitosa Lima

Um estudo sobre o tempo: as interpretações do tempo no contexto físico

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC),
apresentado ao curso de Licenciatura em Física, da
Universidade Federal de Alagoas (UFAL) –
Campus Arapiraca – como requisito parcial para
obtenção do grau de Licenciado em Física.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lidianne Maria Omena da
Silva Leão.

Arapiraca

2023



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Campus Arapiraca
Biblioteca Setorial *Campus Arapiraca* - BSCA

L732e Lima, Jonas Feitosa
Um estudo sobre o tempo [recurso eletrônico]: as interpretações do tempo no contexto físico / Jonas Feitosa Lima. – Arapiraca, 2023.
67 f.: il.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lidianne Maria Omena da Silva Leão.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Universidade Federal de Alagoas, *Campus Arapiraca*, Arapiraca, 2023.
Disponível em: Universidade Digital (UD) – UFAL (*Campus Arapiraca*).
Referências: f. 53-55.
Apêndices: f. 56-67.

1. Tempo. 2. Mecânica quântica. 3. Relatividade (Física). 4. Entropia. I. Leão, Lidianne Maria Omena da Silva. II. Título.

CDU 52

Jonas Feitosa Lima

Um estudo sobre o tempo: as interpretações do tempo no contexto físico

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC),
apresentado como requisito parcial para a obtenção
do grau de Licenciado em Física pela Universidade
Federal de Alagoas — Campus Arapiraca.

Data de aprovação: 19/12/2023.

Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 LIDIANE MARIA OMENA DA SILVA LEÃO
Data: 29/12/2023 21:31:12-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Lidianne Maria Omena da Silva Leão
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Orientadora)

Documento assinado digitalmente
 JOSE PEREIRA LEAO NETO
Data: 28/12/2023 14:32:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. José Pereira Leão Neto
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Examinador)

Documento assinado digitalmente
 SAMUEL SILVA DE ALBUQUERQUE
Data: 28/12/2023 19:08:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Samuel Silva de Albuquerque
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Examinador)

Dedico

Aos meus pais Joseane e Ivan, meu irmão Jamerson e toda minha família por me ajudarem a chegar onde estou, em especial a minha vó Natildes e minha namorada Maria Aparecida.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado o dom de viver e por me guiar em minha vida acadêmica e pessoal. Aos meus pais Joseane e Ivan; meu irmão Jamerson e toda minha família por me ajudar a alcançar os meus sonhos.

A minha namorada Maria Aparecida por sempre me apoiar em todos os meus momentos. Sou imensamente grato pela sua companhia ao longo desses anos e pelo seu amor que me motiva a continuar firme e forte nos meus sonhos. Agradeço também por me ajudar na elaboração deste trabalho.

Aos meus amigos de graduação, em especial ao Matheus, João, Fernanda, Atanael e Willian que me acompanharam ao longo desses anos. Sou grato pelos momentos de alegria, grupos de estudos e por tudo que fizeram por mim. Obrigado pela amizade que sempre vou carregar para minha vida.

Ao GP GEINFO¹ (Grupo de Pesquisa Gnosiologia, Ética e Informação) coordenado pelo Prof. Dr. Israel Costa, ao qual sou imensamente grato pela ideia do tema deste trabalho ter surgido em uma das aulas do Curso Livre: Hermenêuticas Contemporâneas, ministrada pelo Israel.

A minha orientadora Lidiane Omena por ter me ajudado na elaboração deste trabalho de conclusão de curso, pelos seus conselhos e inspirações que me motivou a continuar na área acadêmica. E ao professor Neto pelas recomendações e informações a cerca da pós-graduação.

Aos meus professores de graduação que me acompanharam nessa jornada, em especial ao professor Samuel Albuquerque que sempre esteve disposto a tirar minhas dúvidas, pela sua paixão e empolgação em suas aulas, que me impulsionou a gostar ainda mais de Física, pelas correções e sugestões para esse trabalho e pelos conselhos e preparação para a pós-graduação.

Ao professor Henrique Araújo pelos ensinamentos na minha Iniciação Científica.

A todos os funcionários da UFAL - Campus Arapiraca que contribuíram a ter uma boa graduação nesses 4 anos. E também sou grato pelo auxílio financeiro que a instituição UFAL me concedeu através do programa de assistência estudantil BPG (Bolsa Pró-Graduando).

¹ Site do grupo disponível em: <https://www.gpgeinfo.org/>

De fato, o que é o tempo? Quem poderia explicá-lo fácil e brevemente? Quem o compreenderá para expressá-lo em palavras, na fala ou no pensamento? [...]. O que é o tempo, então? Se ninguém me perguntar, eu sei; mas, se quiser explicar a alguém que me pergunte, já não sei.

(Santo Agostinho).

RESUMO

O tempo é uma das coisas mais fascinantes e intrigantes da humanidade, com várias interpretações ao longo dos anos, inclusive no contexto da Física. Este trabalho busca investigar a ideia de tempo na história da Física, abordando as perspectivas dos seguintes tópicos: tempo de Aristóteles, tempo absoluto (Galileu, Newton), entropia e a flecha do tempo, tempo relativo de Einstein (Relatividade Restrita e Geral) e o tempo na Mecânica Quântica no formalismo ondulatório de Schrödinger. Com isso, pretende-se alcançar uma compreensão dos aspectos do tempo na Física através de revisões bibliográficas de artigos, periódicos, livros, entre outros. O escopo da análise se concentra nos conceitos físicos relacionados com o tempo, sem aprofundar algumas teorias, como a Relatividade Geral e da Mecânica Quântica, que requerem um conhecimento mais aprofundado devido à complexidade dessas teorias. Por fim, torna-se evidente neste trabalho, que o tempo é um campo vasto ainda a ser explorado na Física. Apesar dos inúmeros avanços sobre o tema, existem muitos mistérios a serem estudados, como o tempo no contexto de uma Gravitação Quântica: a junção entre Mecânica Quântica e a teoria da Relatividade Geral, que possibilitará a compreensão não apenas do tempo, mas também do Universo.

Palavras-chave: tempo; entropia, tempo absoluto e relativo, relatividade restrita e geral, mecânica quântica.

ABSTRACT

Time is one of the most fascinating and intriguing things in humanity, with various interpretations over the years, including in the context of Physics. This work seeks to investigate the idea of time in the history of Physics, addressing the perspectives of the following topics: Aristotle's time, absolute time (Galileo, Newton), entropy and the arrow of time, Einstein's relative time (Special and General Relativity) and time in Quantum Mechanics in Schrödinger's wave formalism. With this, we intend to achieve an understanding of the aspects of time in Physics through bibliographical reviews of articles, periodicals, books, among others. The scope of the analysis focuses on physical concepts related to time, without delving into some theories, such as General Relativity and Quantum Mechanics, which require more in-depth knowledge due to the complexity of these theories. Finally, it becomes evident in this work that time is a vast field yet to be explored in Physics. Despite the countless advances on the subject, there are many mysteries to be studied, such as time in the context of Quantum Gravitation: the junction between Quantum Mechanics and the theory of General Relativity, which will enable the understanding not only of time, but also of the Universe .

Palavras-chave: time; entropy, absolute and relative time, special and general relativity, quantum mechanics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de clepsidra usada para medição de tempo.....	13
Figura 2 – Dois referenciais inerciais, com O' se movimentando com velocidade v em relação a O	16
Figura 3 – Evolução do universo na teoria do <i>Big Bang</i>	20
Figura 4 – Experimento mental dos raios que caem no trem e na plataforma: (a) os relâmpagos são observados simultaneamente pelo observador C . (b) Para o referencial S , quando a frente de onda da luz que atingi os pontos A e A' chega ao ponto C' , o trem percorreu certa distância de encontro com A , fazendo com que a frente de onda da luz que caiu em B e B' ainda não tenha chegado a C' . (c) Chegada simultânea das frentes de onda provenientes dos raios em C . (d) A chegada posterior em C' do raio que caiu no último vagão.....	24
Figura 5 – Configuração da lanterna acesa partindo da origem de ambos referenciais O e O' no instante $t = t' = 0$	26
Figura 6 – Esquematização do experimento para medir a dilatação temporal.	29
Figura 7 – Configuração no referencial do interior do trem.	29
Figura 8 – Configuração no referencial da estação de trem.	30
Figura 9 – Configuração da viagem das gêmeas: referencial O em repouso e O' em movimento uniforme com velocidade em módulo de $v = 0,99c$	33
Figura 10 – Deformação em 2D do tecido espaço-tempo devido a três corpo massivos.	35
Figura 11 – Exemplo de uma consequência do princípio da equivalência: (a) apresenta uma pessoa que solta um objeto dentro do foguete que está na superfície da Terra, que cai com aceleração gravitacional g ; (b) mostra a mesma pessoa soltando o objeto da mesma altura em um foguete que se encontra no espaço sideral com aceleração constante $a = -g$. Em ambas situações a pessoa não vê qualquer diferença entre os dois casos.	36
Figura 12 – Exemplo para compreender o que acontece com o tempo em referenciais acelerados, onde temos 2 relógios no disco em rotação e um terceiro relógio em repouso no solo.	38
Figura 13 – Representação bidimensional das geometrias dos universos de Friedmann.	40
Figura 14 – Representação de como seria um buraco de minhoca.....	41
Figura 15 – Representação do fenômeno da deflexão da luz visto no eclipse em Sobral-CE..	42

Figura 16 – Gráfico da densidade de probabilidade referente a partícula hipotética. A área em verde abaixo da curva representa a probabilidade de encontrar a partícula entre os pontos a e b. A região mais provável de encontra-la é próximo de B.	44
Figura 17 – Etapas do ciclo de Carnot.....	57
Figura 18 – Interferômetro de Michelson-Morley.....	65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	O TEMPO NA FÍSICA	13
2.1	O TEMPO NA ANTIGUIDADE	13
2.2	O TEMPO NA MECÂNICA CLÁSSICA	14
2.2.1	Tempo absoluto	15
2.3	TEMPO E ENTROPIA	17
2.4	O TEMPO NA RELATIVIDADE DE EINSTEIN	21
2.4.1	Tempo na Relatividade Restrita	22
2.4.1.1	Relatividade da simultaneidade	23
2.4.1.2	Transformação de Lorentz	24
2.4.1.3	Dilatação do tempo	28
2.4.1.4	Paradoxo dos gêmeos	32
2.4.2	Tempo na Relatividade Geral	34
2.4.2.1	Princípio de equivalência	35
2.4.2.2	Princípio da covariância geral.....	37
2.4.2.3	O espaço-tempo curvo e o tempo.....	38
2.4.2.4	Comprovações da Relatividade Geral	42
2.5	O TEMPO NA MECÂNICA QUÂNTICA	43
2.5.1	Equação de Schrödinger	45
2.5.2	Princípio da incerteza de Heisenberg	48
2.5.3	Perspectivas futuras para o tempo: Gravitação Quântica?	50
3	CONCLUSÃO.....	52
	REFERÊNCIAS	53
	APÊNDICE A – LEIS DE NEWTON	56
	APÊNDICE B – MÁQUINA DE CARNOT.....	57
	APÊNDICE C – ENTROPIA DE BOLTZMANN	62
	APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE MAXWELL E A VELOCIDADE DA LUZ ..	63
	APÊNDICE E – EXPERIMENTO DE MICHELSON-MORLEY.....	65
	APÊNDICE F – ONDAS DE DE BROGLIE	67

1 INTRODUÇÃO

O tempo possui diferentes definições, dependendo do contexto em que é inserido. De forma geral, o tempo é uma grandeza física usada para medir a duração dos acontecimentos do nosso cotidiano. Mas essa não é a única definição. Quando estamos em uma situação tediosa, a nossa intuição nos diz que o tempo passou muito devagar. Por outro lado, se encontramos uma pessoa de quem gostamos muito, o tempo parece que “voou”. Essa noção de tempo, relacionada com as emoções e sentidos, e que é muito particular a cada indivíduo, é conhecido como tempo psicológico (ABDALLA, 2009).

Na mitologia grega, o tempo tem como personificação o deus grego *Cronos*, o rei dos titãs, tendo como pais Urano (representação do céu) e *Gaia* (representação da terra). Diz o mito que *Cronos* ao temer o mesmo destino de seu pai – a usurpação do poder por um de seus filhos –, sempre engolia os filhos nascidos. Porém sua esposa o engana e mantém um de seus filhos vivo (*Zeus*) que destrona seu pai *Cronos* fazendo com que vomitasse os seus irmãos. Ao acabarem com o detentor do tempo, os filhos de *Cronos* se tornam imortais. A partir desse momento, *Cronos* surge como uma representação do tempo cronológico, aquele onde acontecem os eventos humanos que se dividem em dias, meses, anos, entre outras formas de medição (SILVA, 2018).

No dicionário temos várias definições sobre o tempo, uma delas é: “O que se consegue medir através dos dias, dos meses ou dos anos; duração” (TEMPO, 2023). Essa definição está diretamente ligada com o tempo cronológico, de forma que a humanidade a usa para mensurar os acontecimentos através, por exemplo, de relógios e calendários. O principal calendário que é usado no mundo todo é o calendário gregoriano, sendo que o ano é dividido em 12 meses contendo 28 a 31 dias, onde o ano zero é considerado o nascimento de Jesus Cristo.

Geralmente os relógios convencionais como os de pulso ou de parede são os principais medidores de tempo usados, mas várias são as possibilidades para medição do tempo, desde que o aparato medidor marque intervalos de tempo iguais. Sendo assim, qualquer fenômeno periódico pode ser associado a uma espécie de relógio, até mesmo os batimentos cardíacos poderiam ser utilizados para marcação de tempo, como o fez Galileu Galilei (1564-1642) para o estudo de pêndulos (NUSSENZVEIG, 2013).

No Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade padrão do tempo é segundos (s), onde “a definição atual do segundo é: 1 s é a duração de 9.162.631.770 períodos da radiação característica do césio 133 que é empregada no relógio atômico” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 32). Essa definição nos possibilita uma precisão muito grande das medições de tempo (na ordem

de bilionésimos de segundos), embora não seja uma precisão absoluta, os relógios atômicos é a forma mais precisa de se medir passagem de tempo devido a maneira de medição que está relacionada com as transições de energia dos elétrons dos elementos químicos usados.

Para o filósofo Immanuel Kant (1724-1804) em *Críticas da Razão Pura* (1785), sua abordagem da concepção transcendental do conceito de tempo traz um significado mais profundo, de pura intuição sensível. O tempo é percebido internamente por nós, então fenômenos externos só podem ser compreendidos quando relacionamos com o tempo.

O tempo é a forma do sentido interno, que quer dizer, da intuição de nós outros mesmos e de nosso estado interior. O tempo não pode ser determinação alguma dos fenômenos externos, não pertence nem a uma figura, nem a uma posição, pois ele determina a relação das representações em nossos estados internos (KANT, [20--], p. 21).

Essa definição de Kant nos mostra que o tempo pode ser interpretado de inúmeras formas seja no campo filosófico, da poesia ou físico o tempo é algo difícil de definir, mesmo ele estando em nosso cotidiano, até mesmo no ambiente de graduação em Física o tempo não é devidamente aprofundado. Podemos contar quantos eventos ocorrem, ver as horas no relógio passar, ver nosso corpo envelhecer, no entanto, se alguém nos questionar a respeito do tempo, certamente teremos problema em explicá-lo. Sendo o tempo um tema bastante complexo e multidisciplinar, estudá-lo se torna algo necessário.

Este trabalho aborda os principais conceitos físicos do tempo e suas implicações no campo da Física. Desde a concepção da Antiguidade até a Modernidade, nos campos da Relatividade de Einstein e da Mecânica Quântica. Isso é realizado através de revisões bibliográficas de artigos, teses, livros, entre outros. Tendo como objetivo central, entender como o tempo é tratado no contexto físico ao longo da história da Física. É importante salientar que a teoria da Relatividade Geral não foi aprofundada, pois ela requer certos requisitos, como a geometria diferencial e o formalismo tensorial. Portanto, o presente estudo terá como norte os conceitos principais relacionados com o tempo para cada teoria, sendo apresentadas algumas análises analíticas quando necessário.

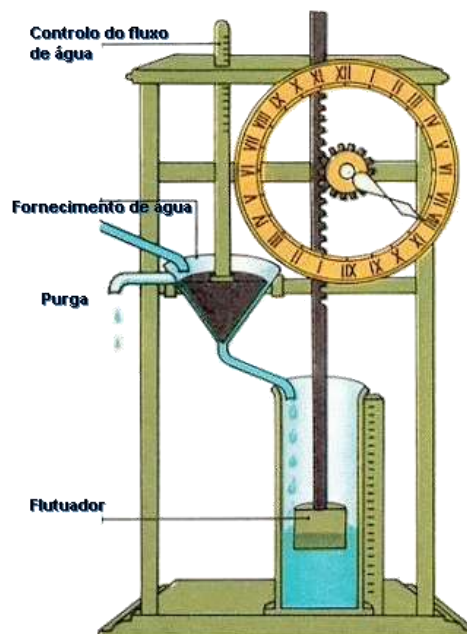
2 O TEMPO NA FÍSICA

2.1 O TEMPO NA ANTIGUIDADE

As primeiras noções de tempo na Física surgiram a partir das observações de fenômenos naturais, tais como as ocorrências de chuva, movimento aparente do Sol no céu que percebemos desde o nascer ao pôr do Sol (causado pela rotação da Terra em torno do seu próprio eixo), e o movimento das outras estrelas no céu, entre outros. Vários povos antigos buscavam uma maneira de medir os acontecimentos através de eventos oscilatórios, pois a humanidade é excelente em identificar padrões. Com isso, povos como Babilônios, Egípcios e Maias criaram os primeiros calendários, utilizando como referência as fases da lua, estações do ano, etc. (WHITROW, 1993).

Para a medição de tempo, “no antigo Egito e Babilônia já eram empregados ‘relógios de água’ (clepsidras), baseados no escoamento de um filete de água, através de um pequeno orifício no fundo de um recipiente, para outro recipiente contendo uma escala graduada” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 30). Esse aparato era apenas um dos exemplos de primeiros relógios criados pela humanidade, como podemos notar pela Figura 1, a clepsidra funciona através da água que escoa de um pequeno reservatório para outro maior contendo um objeto flutuante que estima o tempo decorrido conforme o flutuador se eleva.

Figura 1 – Exemplo de clepsidra usada para medição de tempo.



Fonte: Yanda (2018).

Esse tipo de relógio apresenta muitos problemas e imprecisões na medição do tempo, assim como o relógio de sol que o precede, o relógio de areia – famosa ampulheta – que foi o mais utilizado no período da Antiguidade trazia uma boa mobilidade. Todos eles apresentavam limitações, mas foram de grande importância para época e para o avanço dos relógios que vieram posteriormente.

Eram os chamados “filósofos naturais” ou pré-socráticos na Grécia Antiga, por volta do século VI a.C., que primeiro buscavam entender como a natureza funcionava e qual a origem das coisas. Um dos grandes destaques no período da Antiguidade foi o filósofo Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.), que surgiu após dos pré-socráticos. Seus estudos no campo da Física foram pautados pelas essências das coisas, onde cada objeto procurava seu lugar natural, pertencente a um dos 4 elementos constituintes da matéria: fogo, ar, terra e água.

A ideia de tempo para Aristóteles, que surgiu durante o século IV a.C., estava ligada ao movimento (MARTINS; ZANETIC, 2002). Através do uso da linguagem numérica, podia-se saber o antes e o depois de qualquer objeto que se movesse no espaço. Por exemplo, uma pedra que cai de certa altura. De acordo com Aristóteles, seu lugar natural é o centro da Terra, e por isso ela cairá até o máximo que conseguir. Assim, pode-se ser contabilizar o tempo entre o instante em que ela começa a cair e o momento em que encontra a superfície do chão.

Essa noção de tempo está diretamente conectada com a causalidade aristotélica, que diferentemente da concepção moderna, que é regida pela causa precedendo o efeito. Aristóteles acreditava que todos os objetos que existem possuíam propósitos com finalidades de acordo com a essência do material. E que a percepção de tempo ocorre através dos sentidos humanos, a alma, como Aristóteles nos diz em seu livro Física IV:

Nós percebemos a mudança e o tempo juntos: mesmo que esteja escuro e não estejamos sendo afetados pelo corpo, mas haja alguma mudança na alma, imediatamente nos parece que algum tempo passou junto com a mudança. Além disso, sempre que parece que algum tempo passou, parece que alguma mudança ocorreu junto com ele (ARISTOTLE, 1983, p. 43, tradução nossa).

2.2 O TEMPO NA MECÂNICA CLÁSSICA

Um fator crucial para o entendimento do tempo classicamente é o conceito de movimento relativo, uma vez que em nosso cotidiano nos deparamos com diversas situações em que nossas percepções nos enganam sobre a realidade. Quando estamos em um carro em movimento com velocidade constante e com as janelas fechadas, por exemplo, temos a intuição de que estamos parados e que as árvores, postes e demais objetos que estão do lado de fora

estão em movimento. Essa percepção do movimento em diferentes referenciais caracteriza o movimento relativo.

Foi Galileu quem primeiro compreendeu o movimento relativo, porém a ideia clássica ganhou seu escopo final com Newton e suas leis do movimento². Essas leis apenas se aplicam a referenciais inerciais, ou seja, referenciais não acelerados. “[...] Além disso, apresentam a notável propriedade de serem invariantes, isto é, conservam a mesma forma em qualquer referencial que esteja se movendo com velocidade constante em relação a um referencial inercial” (TIPLER; LLEWELLYN, 2017, p. 23). Isso quer dizer que para um observador A em um referencial com velocidade constante em relação a um observador B que está em um referencial inercial, os fenômenos físicos são os mesmos para ambos, no entanto, isso não garante que os observadores medirão valores iguais das grandezas físicas observadas.

Nesta seção que se refere ao tempo classicamente, é levantado o tempo absoluto que é aquele que não sofre interferência de qualquer coisa externa, ou seja, o tempo medido sempre é o igual para todos os referenciais. Com esses conhecimentos acerca do tempo poderemos compreender como ele era considerado na Mecânica Clássica.

2.2.1 Tempo absoluto

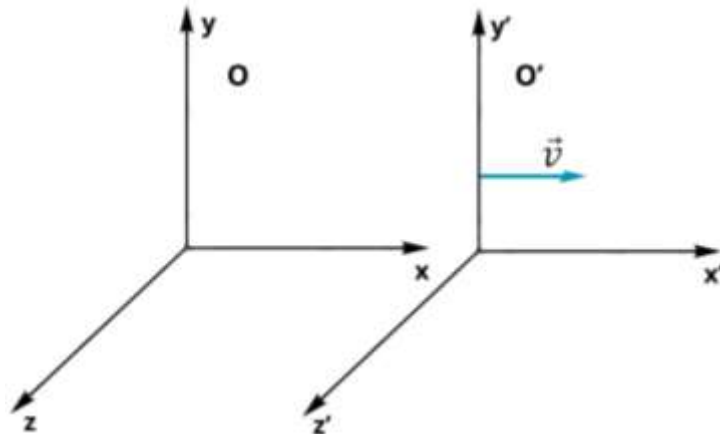
Em seu grande tratado ‘Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural’, publicado em 1.687 [sic], Newton introduziu o conceito de ‘tempo absoluto’, definindo-o da seguinte maneira: ‘O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si só e por sua própria natureza, flui uniformemente, sem relação com nenhuma coisa externa, e é também chamado de duração’ (NUSSENZVEIG, 2013, p. 38).

Para compreendermos a natureza do tempo absoluto, precisamos entender primeiro como funciona o movimento relativo entre dois sistemas ou referenciais. Uma vez que o tempo é uma grandeza que sempre está associada ao movimento, o ponteiro do relógio analógico marca as horas, minutos e segundos quando realiza um movimento circular, por exemplo.

Vamos considerar que um referencial inercial O' está em movimento retilíneo uniforme com velocidade $\vec{v}$ constante em relação a um referencial O , depois de um período de tempo chegaremos à representação da Figura 2, onde estamos considerando que ambos referenciais partiram do mesmo ponto, ou seja, tanto O quanto O' possuíam as mesmas coordenadas no instante $t = 0$ e $t' = 0$ respectivamente.

² Vide APÊNDICE A

Figura 2 – Dois referenciais inerciais, com O' se movimentando com velocidade $\vec{v}$ em relação a O .



Fonte: O autor (2023).

Podemos escrever a posição de um determinado evento³ para diferentes sistemas de referenciais inerciais através das transformações de Galileu. Passado um determinado intervalo de tempo t , as equações da transformação das coordenadas de posição do referencial O para o O' , são expressas pelas equações (2.2.1) conhecidas como transformação de Galileu. Onde apenas a componente x sofre alterações entre os dois referenciais, uma vez que nos outros eixos não há movimento, já que $\vec{v}$ aponta para a direção de x positivo.

$$\begin{cases} x' = x - vt, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = t. \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Como podemos ver nas equações (2.2.1), o tempo medido por ambos referenciais é sempre o mesmo, caracterizando assim o tempo absoluto.

Tanto Aristóteles quanto Newton acreditavam em tempo absoluto. Ou seja, eles acreditavam que seria possível medir sem erro o intervalo de tempo entre dois eventos e que esse tempo seria o mesmo a despeito de quem o medisse, desde que se usasse um bom relógio. O tempo seria completamente separado e independente do espaço. Isso é o que a maioria das pessoas tomaria por senso comum (HAWKING, 2015, p. 29).

Ao tomarmos a taxa de variação temporal (Nota) em relação a t nas posições das equações (2.2.1), chegaremos nas velocidades — representadas por u — em que é observado um evento qualquer no referencial O' . Como é de se esperar, as velocidades em y e em z são as

³ Um evento é algo que ocorre em um determinado lugar do espaço para um dado instante de tempo, como um acender de uma lâmpada, por exemplo.

mesmas para ambos referenciais, apenas na direção de x existem diferenças no movimento do evento, como é possível constatar pelas equações (2.2.2).

$$\begin{cases} u'_x = u_x - v, \\ u'_y = u_y, \\ u'_z = u_z. \end{cases} \quad (2.2.2)$$

As equações da transformação de Galileu para as velocidades (2.2.2) nos dizem que a velocidade de uma partícula depende do referencial de quem está observando tal objeto. Este fato nos leva ao que chamamos de velocidade relativa, porém vale notar que o tempo é o mesmo para referenciais inerciais que estão em movimento uniforme um em relação ao outro. E já que o tempo é absoluto em transformadas de Galileu, não importa o quão rápido um carro se mova (desde que a velocidade seja constante), o tempo marcado por um relógio, por exemplo, será igual tanto para quem está dentro do veículo quanto para quem está o observando na estrada, temos então a invariância temporal.

Veremos no capítulo da Relatividade de Einstein que as equações da transformação de Galileu (2.2.1) são válidas para baixas velocidades relativas, ou seja, para velocidades do nosso cotidiano a relatividade de Galileu é uma boa aproximação da realidade, pois elas no mundo clássico geralmente são muito menores que a velocidade da luz c .

2.3 TEMPO E ENTROPIA

Como vimos nas transformações de Galileu, o tempo é absoluto classicamente, significando que não importa se a medição do tempo for feita em vários locais, se uma pessoa está em repouso ou em movimento uniforme, todos medirão intervalos de tempos iguais. Nesta seção vamos abordar a relação entre a entropia e o tempo e suas implicações como é o caso da origem e fim do tempo.

Para as leis de Newton, não há diferença se você utilizar um tempo negativo (à esquerda da origem) ou um tempo positivo, o que implica dizer que as leis do movimento não distinguem qual o sentido do tempo em que as coisas ocorrem: tanto faz se você considerar o sentido habitual (positivo) ou o sentido inverso. O que acontece é que a energia total de um sistema precisa ser sempre conservada, então se tomarmos qualquer que seja o sentido temporal, apenas precisamos garantir que essa conservação ocorra. A lei que rege a conservação da energia é a 1ª lei da termodinâmica, onde a energia total ΔU é dada por:

$$\Delta U = Q - W, \quad (2.3.1)$$

onde Q é o calor transferido para o sistema e W é o trabalho realizado pelo sistema — por convenção recebe o sinal negativo. Quando temos variações infinitesimais da energia, escrevemos a 1ª lei como sendo:

$$dU = dQ - dW. \quad (2.3.2)$$

Todavia, frequentemente vemos que o tempo possui um sentido característico, como se os acontecimentos do mundo possuíssem uma seta do tempo. Vejamos alguns exemplos que mostram o sentido do tempo:

- (Exemplo 1) Nossa pele envelhece com passar do tempo e não o contrário, não podemos voltar a sermos jovens de novo;
- (Exemplo 2) Uma vez que um copo de vidro caia da nossa mão e se quebre em vários pedaços no chão, jamais os cacos de vidro voltarão a se tornar o mesmo copo de antes com o passar do tempo de forma natural;
- (Exemplo 3) Quando abrimos um frasco de perfume e deixamos no ambiente, com o passar do tempo o frasco vai perdendo seu líquido devido a sua forma ser instável o que torna impossível colocar de volta todo o gás do perfume dentro do frasco de forma espontânea;
- (Exemplo 4) Ao colocar uma pedra de gelo dentro de um copo com água natural, percebe-se que o gelo derrete e diminui seu tamanho até que a água dentro do copo se torne totalmente em água líquida depois de um tempo. Porém nunca vimos que a água líquida se transforme totalmente em estado sólido quando colocamos uma pedra de gelo dentro do copo com água a temperatura ambiente.

Para compreender esse sentido natural do tempo, temos que introduzir um dos conceitos mais interessantes que envolvem o tempo no contexto clássico, que é a entropia S , uma grandeza física que está associada com a desordem de um sistema. Essa grandeza é o que explica a sucessão de eventos em nosso mundo, a famosa flecha do tempo, pois “Ludwig Boltzmann, numa das maiores realizações da história da física, mostrou que a flecha do tempo é um fenômeno estatístico⁴” (FLEMING, 1989, p. 4).

A entropia infinitesimal dS relaciona o calor dQ absorvido pelo sistema com a temperatura absoluta T , de modo que temos a equação (2.3.3) em sua forma completa.

⁴ Vide APÊNDICE C para maiores informações.

$$dS = \frac{dQ}{T} + dS_i, \quad (2.3.3)$$

onde dS_i é o elemento infinitesimal da entropia irreversível⁵. Quando estamos lidando com um processo reversível, ou seja, quando um sistema físico retorna exatamente ao estado inicial depois de certo tempo, como é o caso da máquina de Carnot⁶, temos que a entropia reversível é dada ao integrar a equação (2.3.3) e assumindo que $dS_i = 0$, ou seja,

$$S = \int \frac{dQ}{T}. \quad (2.3.4)$$

Porém, como relacionar o tempo com a entropia se não há uma relação aparente com o tempo? É nesse momento que a 2ª lei da termodinâmica ganha destaque. Várias são as definições, mas o enunciado de Kelvin nos dá uma pista: “Nenhum sistema pode absorver calor de um único reservatório e convertê-lo inteiramente em trabalho sem que resultem outras variações no sistema e no ambiente que o cerca” (MOSCA; TIPLER, 2009, p. 636). Isso implica dizer que nenhuma máquina térmica possui uma eficiência de cem por cento, pois parte da energia convertida é perdida na forma de calor, que é uma energia em trânsito, que flui espontaneamente do corpo que possui maior temperatura para outro de menor temperatura. Esse sentido do fluxo de calor corresponde ao sentido em que os eventos em nosso mundo ocorrem naturalmente, evoluem para um estado de maior desordem ou aleatoriedade.

Podemos então enunciar a entropia da seguinte maneira: “para qualquer processo, a entropia do universo nunca diminui” (MOSCA; TIPLER, 2009, p. 653), matematicamente podemos representar a consequência da 2ª lei da termodinâmica através da equação:

$$dS \geq 0, \quad (2.3.5)$$

para processos reversíveis, a entropia permanece constante com o passar do tempo, todavia para processos irreversíveis, a entropia aumenta o que explica os exemplos mencionados sobre o sentido do temporal. Vale mencionar que a flecha do tempo é perceptível principalmente pelo fato de que em nosso cotidiano os sistemas considerados possuem constituintes como átomos, moléculas, entre outros, estão na escala da constante de Avogadro⁷, caso um sistema com poucos elementos seja considerado, ou seja, se tomarmos dois átomos quaisquer, por exemplo,

⁵ Os 4 exemplos mencionados que mostram o sentido do tempo são processos irreversíveis.

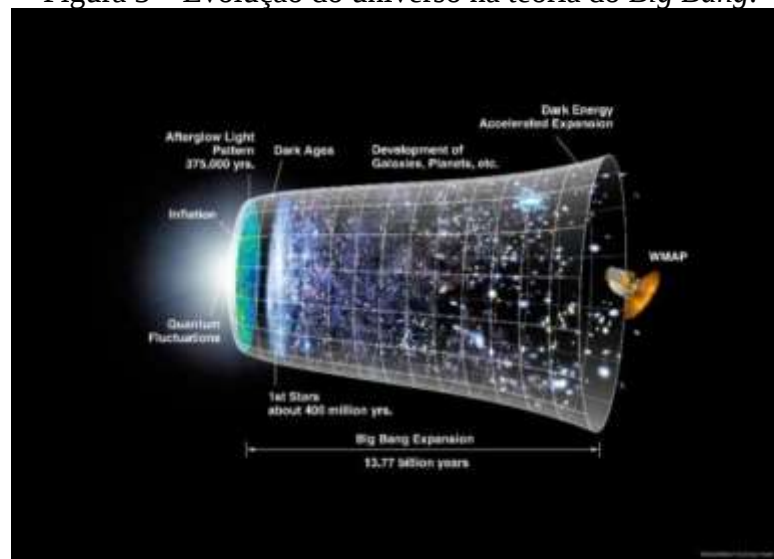
⁶ Vide APÊNDICE B.

⁷ A constante de Avogadro (N_a) é o número de constituintes (partículas) contidas em 1 *mol* de qualquer matéria e possui valor de $N_a = 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, onde 1 *mol* é o número de átomos de uma amostra de 12g de carbono 12.

comparados com o número de Avogadro esse sistema tem um número bem insignificante de elementos, isso torna difícil de notar a flecha do tempo para um sistema como esse.

Além dessas análises com nosso dia a dia, a entropia também ganha destaque no campo da Cosmologia — o ramo da Astronomia que estuda a origem, estrutura e a evolução do Universo — ao tratar da origem do universo. A teoria mais aceita sobre a origem do Universo é a do *Big Bang*. Acredita-se que toda matéria e energia que existe hoje estavam condensadas em um único ponto extremamente quente e denso; e algo provocou uma grande expansão do Universo por volta de 13,8 bilhões de anos atrás (OLIVEIRA, 2023). Podemos dizer que a entropia era mínima antes da expansão, devido a grande organização contida naquele ponto onde toda energia e matéria estavam concentradas, como podemos observar pela Figura 3, os estágios do *Big Bang*.

Figura 3 – Evolução do universo na teoria do *Big Bang*.



Fonte: NASA (2012).

Foi a partir do *Big Bang* que o tempo e o espaço surgiram, e a ideia da flecha do tempo começa a fazer sentido, o Universo tende a se expandir e aumentar a aleatoriedade, provocando um aumento da entropia do universo, que por sinal, sempre aumenta como vimos pela equação (2.3.5). Não faz sentido perguntar o que houve antes do *Big Bang*, pois as leis naturais que conhecemos hoje só são válidas a partir da expansão desse pequeno ponto. Não podemos afirmar com certeza como era antes, uma vez que as noções de tempo e espaço não são definidas antes do *Big Bang*. Logo, compreender a origem do universo também significa estudar a origem do tempo, todavia, é válido questionar se existe um fim para o universo e talvez haja, com a maximização da entropia.

Devido ao fato de o universo estar se expandindo⁸ de forma acelerada, podemos nos perguntar qual será o destino de nosso Universo, e a Física busca responder tal indagação complexa. Uma das teorias para o fim do universo é o *Big Freeze* ou Grande Congelamento, “nesse cenário, o Universo continuaria se expandindo e, eventualmente, todas as estrelas e galáxias morreriam e nenhuma outra se formaria. O Universo se aproximará de um estado de temperatura mínima e entropia máxima” (OLIVEIRA, 2022).

2.4 O TEMPO NA RELATIVIDADE DE EINSTEIN

Em 1905 Albert Einstein (1879-1955) começava a revolucionar a física ao quebrar paradigmas que desde a Mecânica de Newton não se via tamanha mudança. Dentre os artigos publicados por Einstein em seu *Annus Mirabilis*⁹ (ano miraculoso), o que mais se destaca para este trabalho é o que trata sobre a Relatividade.

As cinco contribuições extraordinárias, que apareceram na prestigiosa revista alemã *Annalen der Physik*, foram a teoria da relatividade especial, a introdução do conceito de quantum de luz, a explicação do movimento browniano, a equivalência entre massa e energia e um novo método de determinação de dimensões moleculares (sua tese de doutorado) (STUDART, 2005, p. 1).

Einstein propôs uma nova abordagem para o eletromagnetismo de Maxwell, ao incluir a natureza peculiar da luz¹⁰ como um dos pilares de sua teoria a fim de solucionar o desacordo que a transformação de Galileu trazia quando referenciais se moviam próximos à velocidade da luz.

Um pouco antes de Einstein publicar seus artigos, a comunidade acadêmica buscava compreender se existe ou não o éter — um suposto meio de propagação para a luz presente em todo espaço —, pois, sabia-se que todas as ondas necessitavam de um meio material para se propagar, com exceção das ondas eletromagnéticas (a luz). Então o experimento de Michelson-Morley¹¹ mostrou surpreendentemente que a velocidade da luz não mudava como esperado pelos idealizadores do experimento, muito pelo contrário, esse foi mais um indício de que a luz não precisava de um meio material para se propagar. A interpretação deste experimento levou

⁸ “[...] em 1929 Edwin Hubble fez a observação revolucionária de que, para onde quer que olhemos, as galáxias distantes estão se afastando depressa de nós. Em outras palavras, o universo está se expandindo” (HAWKING, 2015, p. 18-19).

⁹ “É usada para fazer referência a anos em que houve grande desenvolvimento em algum assunto ou conhecimento, ou uma série de eventos muito significativa e impactante” (ANNUS MIRABILIS, 2022).

¹⁰ Vide APÊNDICE D para detalhes do desacoplamento das equações de Maxwell para o vácuo, onde foi encontrado que a luz possuía uma velocidade constante que não dependia de qualquer meio material para se propagar.

¹¹ Vide o APÊNDICE E para mais detalhes do experimento de Michelson-Morley.

a muitos debates, mas foi com Einstein que ganhou mais relevância. Nas palavras de Hawking: “[...] Entretanto, em um famoso artigo científico de 1905, um até então desconhecido funcionário do escritório de patentes suíço, Albert Einstein, afirmou que toda a ideia de éter era desnecessária, contanto que abandonássemos a ideia de tempo absoluto” (HAWKING, 2015, p. 31).

Como vimos, a ideia de tempo absoluto era algo muito intuitivo para as pessoas, uma vez que não era perceptível observar grandes mudanças de tempo quando se andava de carro e se comparava com o andar a pé, por exemplo. Entretanto, com a teoria da Relatividade Restrita ou Especial, Einstein conseguiu conciliar o fato de que a luz viaja com uma velocidade finita sem contradizer com o Eletromagnetismo de Maxwell.

Com efeito, a Relatividade Restrita possuía algumas limitações, a principal delas foi que a teoria só era válida para apenas referenciais inerciais, ou seja, aqueles em que não há aceleração. Contudo, Einstein corrigiu essa limitação anos mais tarde com a teoria da Relatividade Geral, que é uma teoria da gravitação mais geral que a de Newton como veremos posteriormente.

2.4.1 Tempo na Relatividade Restrita

A Relatividade Restrita é baseada por dois postulados simples que Einstein escreveu em seus artigos em 1905:

Postulado 1: As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

Postulado 2: A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor $c = 299792458 \text{ m/s}$, qualquer que seja o movimento da fonte.

O primeiro estabelece que não há nenhum referencial inercial privilegiado, o que significa que não faz diferença se um observador está em repouso ou se ele está em movimento uniforme, as leis da física que ele mede são as mesmas. Enquanto que o segundo postulado é uma abrangência maior da eletrodinâmica de Maxwell, estabelecendo assim a natureza finita da velocidade da luz.

Com esses postulados, podemos compreender a relação entre eventos — um acontecimento qualquer com três coordenadas espaciais e uma temporal — e observadores. Eventos como um lançamento de uma pedra, uma colisão entre duas partículas ou outros quaisquer, são percebidos por determinados observadores que podem ser ou não pessoas. Diferentemente dos eventos, os observadores estão conectados a referenciais inerciais

particulares. Para um dado evento, observadores distintos geralmente medem coordenadas espaço-temporais diferentes (TIPLER; LLEWELLYN, 2017).

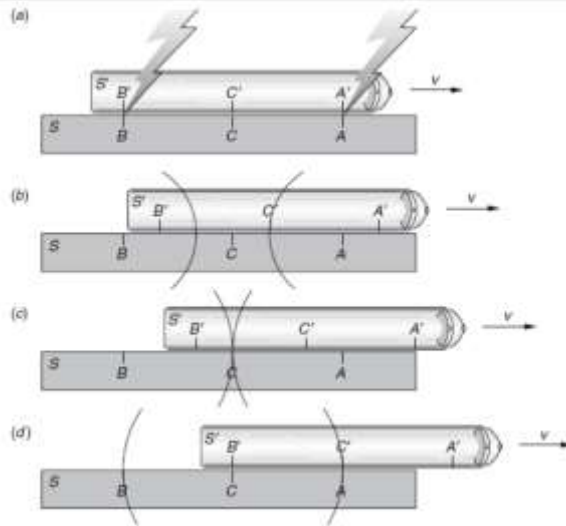
Nessa subseção vamos compreender os elementos fundamentais da teoria da Relatividade Restrita, como a relatividade da simultaneidade, transformação de Lorentz, dilatação do tempo e o paradoxo dos gêmeos. Através desses conhecimentos podemos entender como o tempo é tratado nessa teoria.

2.4.1.1 Relatividade da simultaneidade

Einstein estudou o problema da simultaneidade dos eventos, e percebeu que esse conceito não é absoluto, mas sim relativo. As configurações do observador, (ou seja, seu referencial), interferem com as medições de pelo menos dois eventos diferentes que ocorrem ao mesmo tempo (simultâneos). Para entendermos a simultaneidade entre dois eventos, vamos analisar um dos experimentos mentais idealizado por Einstein. Ele imaginou um cenário onde dois raios caem em um trem em movimento e na plataforma de estação.

Considerando S o referencial inercial da plataforma e S' o referencial do trem em movimento uniforme com velocidade $\vec{v}$ em relação à plataforma. Três observadores, A' , B' e C' estão no interior do trem, sendo que A' está no primeiro vagão, C' no centro e o B' no último vagão. Conforme a Figura 4 (a), o trem e a plataforma são atingindo por dois relâmpagos: um no primeiro e outro no último vagão deixando uma marca de queimado nos pontos, esse evento é simultâneo para um observador que está no ponto C (metade da distância entre os locais em que o raio cai) da plataforma em S (Figura 4 (c)). Entretanto, para uma pessoa que se encontra no interior do trem que está em movimento uniforme, no ponto C' , esse observador não veria os raios caindo ao mesmo tempo, pois ele ver que o raio atinge primeiro no vagão da frente e logo depois no último, como é possível notar pelas Figuras 4 (b) e (d) respectivamente.

Figura 4 – Experimento mental dos raios que caem no trem e na plataforma: (a) os relâmpagos são observados simultaneamente pelo observador C . (b) Para o referencial S , quando a frente de onda da luz que atingi os pontos A e A' chega ao ponto C' , o trem percorreu certa distância de encontro com A , fazendo com que a frente de onda da luz que caiu em B e B' ainda não tenha chegado a C' . (c) Chegada simultânea das frentes de onda provenientes dos raios em C . (d) A chegada posterior em C' do raio que caiu no último vagão.



Fonte: Tipler; Llewellyn (2017, p. 35).

De forma geral, a simultaneidade para eventos separados ocorre quando um evento que acontece em um tempo t_1 e posição x_1 é simultâneo a um evento que ocorre em um tempo t_2 e posição x_2 , se sinais luminosos emitidos nessas posições e tempos se encontram no mesmo instante no ponto médio entre x_1 e x_2 . Podemos dizer que o intervalo de tempo possui dependência da distância espacial e temporal entre os eventos, logo existe um entrelaçamento, o espaço-tempo.

Em 1908, após ter estudado a teoria da relatividade, o grande matemático Hermann Minkowski iniciou sua célebre conferência dizendo: ‘As visões do espaço e do tempo que eu desejo expor diante dos senhores brotaram no solo da física experimental, e aí está sua força. São radicais. De agora em diante o espaço em si mesmo, e o tempo em si mesmo, estão destinados a dissolver-se em meras sombras, e somente em um espécie de união dos dois subsistirá uma realidade independente’. Esta união é o espaço-tempo, e aprendemos com a teoria da relatividade que sua decomposição em espaço e tempo separados, depende do observador, isto é, é subjetiva (FLEMING, 1989, p. 4).

2.4.1.2 Transformação de Lorentz

Vimos que no mundo clássico, a transformação de Galileu (2.2.1) apresentava resultados satisfatórios, trazendo a ideia de tempo e espaço absolutos. No entanto, Einstein chega à conclusão de que o tempo e espaço são relativos. Dessa forma, o movimento relativo de Galileu precisa ser corrigido, pois, para aqueles referenciais que lidam com grandes

velocidades comparadas à luz, os resultados experimentais apresentam bastante discrepância em relação à transformação de Galileu.

A transformação de Lorentz é válida para qualquer que seja a velocidade $\vec{v}$, por apresentar um fator de correção conhecido como fator de Lorentz γ . Vamos considerar as mesmas configurações de referencial adotada para as transformadas de Galileu (Figura 2), nos quais ambos referenciais O e O' partem do mesmo ponto em suas origens quando $t' = t = 0$, de modo que agora teremos o fator de Lorentz apenas na direção de x . Então a transformação de Lorentz para as posições pode ser escrita como sendo:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt), \\ y' = y, \\ z' = z, \end{cases} \quad (2.4.1)$$

enquanto que o tempo será diferente para ambos referenciais, e para encontrá-lo necessitamos da transformação inversa da posição em relação a x , que será:

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad (2.4.2)$$

apesar de ainda não termos determinado o valor de γ , que é o mesmo para ambos referenciais, pois, a transformação de Lorentz é simétrica, ou seja, a Física deve ser a mesma para ambos referenciais. Podemos encontrar o tempo para o referencial O' ao substituir a primeira equação de (2.4.1) em (2.4.2). Teremos então:

$$\begin{aligned} x &= \gamma(\gamma(x - vt) + vt'), \\ x &= \gamma^2 x - \gamma^2 vt + \gamma vt', \end{aligned}$$

isolando t' , obtemos:

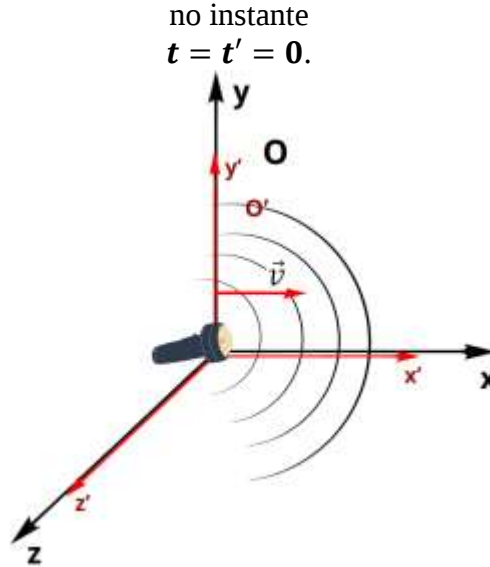
$$\begin{aligned} \gamma vt' &= \gamma^2 vt - \gamma^2 x + x, \\ t' &= \gamma t - \frac{\gamma}{v} x + \frac{1}{\gamma v} x, \\ t' &= \gamma \left(t + \left(\frac{-\gamma^2 v + v}{\gamma v^2} \right) x \right), \\ t' &= \gamma \left(t + \frac{(1 - \gamma^2) x}{\gamma^2 v} \right), \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

como podemos ver pela equação (2.4.3) o tempo não é absoluto.

Agora, vamos determinar o valor de γ para que nas configurações clássicas onde $v \ll c$, deve-se retornar para a transformação de Galileu (2.2.1), logo, teremos que garantir que $\gamma \rightarrow 1$ para baixas velocidades na equação da posição em x (2.4.1). Para isso, vamos considerar uma

onda luminosa esférica proveniente de uma lanterna que é ligada a partir da origem de ambos referenciais no instante $t' = t = 0$, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Configuração da lanterna acesa partindo da origem de ambos referenciais O e O'



Fonte: O autor (2023).

Para a perspectiva de O que se encontra em repouso, a equação da frente de onda esférica é do tipo (2.4.4) tendo um raio de ct :

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2, \quad (2.4.4)$$

já para o observador O' que está em movimento uniforme com velocidade $\vec{v}$, a equação da frente de onda esférica contendo raio de ct' é:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2, \quad (2.4.5)$$

como podemos ver, as duas equações obedecem o segundo postulado por Einstein para Relatividade Restrita, falta apenas estar de acordo com o primeiro e para isso, as equações (2.4.4) e (2.4.5) devem ser equivalentes (cada uma deve implicar na outra).

Vamos substituir as coordenadas linha presente em (2.4.1) e t' (2.4.3) na equação (2.4.5) a fim de obter a equivalente (2.4.4). Então:

$$\gamma^2(x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2\gamma^2 \left(t + \frac{(1-\gamma^2)x}{\gamma^2 v} \right)^2, \quad (2.4.6)$$

$$\gamma^2(x^2 - 2xvt + v^2t^2) + y^2 + z^2 = c^2\gamma^2 \left(t^2 + 2t \frac{(1-\gamma^2)x}{\gamma^2 v} + \frac{(1-\gamma^2)^2 x^2}{\gamma^4 v^2} \right),$$

para que a expressão (2.4.6) se torne (2.4.4), temos que o fator contendo xt do lado esquerdo da igualdade de (2.4.6) deve se anular por algo que está no lado direito da mesma equação já que não temos um produto xt em (2.4.4). Então, para que isto aconteça para todos os valores de t , precisamos que a seguinte igualdade seja verdadeira:

$$-2xvt\gamma^2 = 2t \frac{(1-\gamma^2)x}{\gamma^2} c^2 \gamma^2, \quad (2.4.7)$$

onde tomamos o segundo termo tanto do lado esquerdo quanto do lado direito de cada parênteses de (2.4.6). Fazendo algumas manipulações algébricas:

$$\begin{aligned} -\gamma^2 &= \left(\frac{c^2}{v^2} - \gamma^2 \frac{c^2}{v^2} \right), \\ \gamma^2 \left(\frac{c^2}{v^2} - 1 \right) &= \frac{c^2}{v^2}, \\ \gamma &= \sqrt{\left(\frac{c^2}{v^2} \right) \left(\frac{v^2}{c^2 - v^2} \right)}, \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

finalmente chegamos ao fator de Lorentz (2.4.8), no qual a razão $\frac{v^2}{c^2} < 1$ para que γ seja real, sugerindo assim que a velocidade da luz c é uma velocidade limite que nenhum referencial pode ultrapassar tal limite de velocidade. Esse fator faz com que a expressão (2.4.6) retorne em (2.4.4) como previsto. O fator de Lorentz surge naturalmente na dilatação temporal como veremos no próximo tópico.

Portanto, as equações de transformação de Lorentz das posições e tempo será a equação (2.4.9) que abrange para todas as velocidades (próximas ou não da velocidade da luz):

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma \left(t + \frac{(1-\gamma^2)x}{\gamma^2} \frac{1}{v} \right). \end{cases} \quad (2.4.9)$$

No entanto, para confirmar se (2.4.8) é uma solução adequada, temos que voltar ao caso clássico quando $v \ll c$, nesse intuito, vamos tomar uma expansão em série de Maclaurin, onde uma função $f(x)$ pode ser escrita como:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0) \cdot x^n}{n!} = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots, \quad (2.4.10)$$

aplicando para (2.4.8) e simplificando ao chamar $\beta = \frac{v^2}{c^2}$, temos:

$$\gamma = (1 - \beta)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2!}\beta^2 + \dots, \quad (2.4.12)$$

como estamos considerando uma velocidade $v \ll c$, então os termos a partir de β são desprezíveis, pois um número muito pequeno elevado ao quadrado ou maiores potências são cada vez menores. Então quando $\gamma \rightarrow 1$ para velocidades do nosso cotidiano (muito menores que a da luz) e a transformação de Lorentz (2.4.9) se reduz as transformadas de Galileu (2.2.1), conforme é de se esperar.

Através do tempo para o referencial O' mostrado em (2.4.3), podemos comparar matematicamente a simultaneidade discutida no tópico anterior, ao simplificar usando (2.4.8), temos que os intervalos de tempos para os referenciais O' e O são respectivamente:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right), \quad (2.4.13)$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{x'v}{c^2} \right), \quad (2.4.14)$$

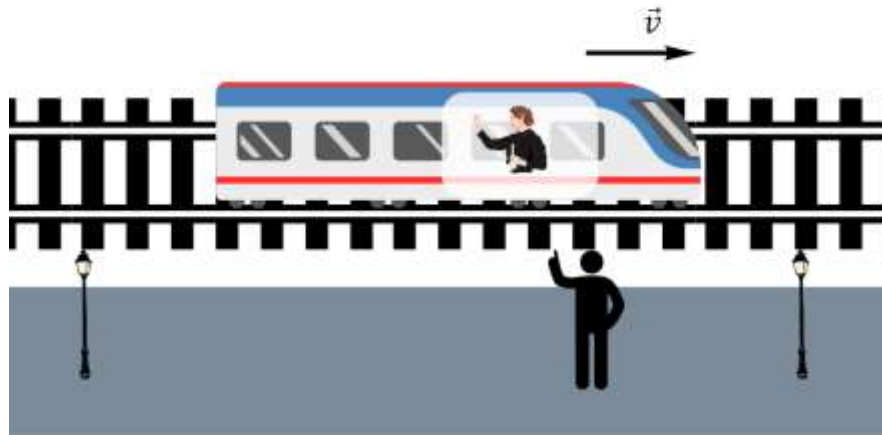
fica evidente que as equações (2.4.13) e (2.4.14) mostram que o tempo e o espaço estão intrinsecamente ligados e que a simultaneidade de dois eventos depende das posições e velocidade relativa entre os referenciais.

2.4.1.3 Dilatação do tempo

Outra decorrência dos postulados de Einstein é a dilatação do tempo, que vamos iniciar uma pequena história para ilustrar o assunto de forma didática. Suponhamos que a ilustre Marie Curie¹² e Einstein queiram medir o tempo em dois referenciais inerciais distintos: um referencial está no solo, em repouso, onde Einstein se encontra em uma estação de trem, observando sua colega Curie. Ela por sua vez, se encontra dentro do trem em movimento com velocidade constante $\vec{v}$ em relação à estação, no qual podemos observar pela Figura 6.

¹² Maria Salomea Skłodowska (1867-1934), conhecida como Marie Curie, foi a primeira mulher a ganhar um prêmio Nobel e a única a ganhar em duas áreas distintas da ciência: Física e Química. Marie e Pierre (seu marido) juntamente com Henri Becquerel ganharam o Nobel de Física em 1903 na descoberta da radioatividade e, em 1911, Marie ganha Nobel de Química pela descoberta dos elementos rádio e polônio (MOREIRA, 2016).

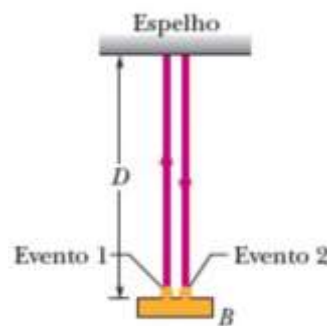
Figura 6 – Esquematização do experimento para medir a dilatação temporal.



Fonte: O autor (2023).

Para que pudessem medir a passagem do tempo, Curie colocou uma fonte luminosa — digamos que um laser vermelho — no interior do piso do trem. Ela também preparou um espelho no teto para refletir o laser, um detector para separar os eventos e um relógio preciso para medir o intervalo de tempo. A distância entre o espelho e o laser é D ao longo da vertical. O evento 1 ocorre quando a fonte luminosa sai do ponto B, vai em direção ao espelho e retorna ao ponto B onde está o detector, caracterizando assim o evento 2 conforme a Figura 7.

Figura 7 – Configuração no referencial do interior do trem.



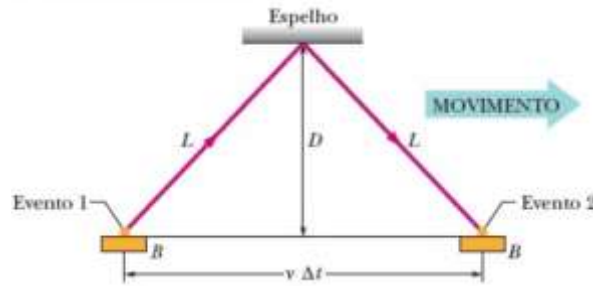
Fonte: Halliday; Resnick e Walker (2016, p. 329).

No referencial de Curie, temos que o laser percorre uma distância de $2D$ entre os eventos 1 e 2, de modo que o intervalo de tempo Δt_0 medido pelo seu relógio no interior do trem é encontrado por meio da equação (2.4.15), onde c é a velocidade da fonte luminosa.

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \quad (2.4.15)$$

Em contrapartida, Einstein precisa utilizar dois relógios sincronizados, um para cada evento, pois do ponto de vista dele, os eventos acontecem em pontos distintos na sua perspectiva, já que o trem está se movendo para direita com velocidade constante $\vec{v}$ próxima a velocidade c da luz. Como vimos, o 2º postulado nos diz que a velocidade da luz é c para ambos referenciais. Na Figura 8 temos a configuração no referencial de Einstein.

Figura 8 – Configuração no referencial da estação de trem.



Fonte: Halliday; Resnick e Walker (2016, p. 329).

Para encontrar o intervalo de tempo Δt no referencial de repouso na estação, Einstein usa um pouco de trigonometria ao separar um dos triângulos retângulos formados pela trajetória do laser. Temos uma hipotenusa de tamanho L , um cateto D e um outro de tamanho $v\Delta t/2$. Como queremos em termos da velocidade da luz c , a hipotenusa L será:

$$L = \frac{c\Delta t}{2}, \quad (2.4.16)$$

aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 &= D^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 \\ \frac{\Delta t^2}{4}(c^2 - v^2) &= D^2, \\ \Delta t &= \sqrt{\frac{4D^2}{c^2 - v^2}}, \\ \Delta t &= \frac{2D}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

substituindo pelo valor da equação (2.4.15), obteremos:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.4.18)$$

Temos que o intervalo Δt_0 é conhecido como tempo próprio, definido como sendo o intervalo de tempo medido entre dois eventos que ocorrem no mesmo ponto para um referencial inercial e que precisa ser determinado por um mesmo relógio (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016). Sendo assim, o tempo medido pelo referencial que está em movimento uniforme em relação à estação, na visão de Curie, é o tempo próprio. Além disso, vimos na seção anterior que o valor que está multiplicando a equação (2.4.18) é justamente o fator de Lorentz determinado em (2.4.8), então podemos escrever a dilatação do tempo de forma reduzida ao incluir o fator de Lorentz. A equação (2.4.18) pode ser reescrita como sendo:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0. \quad (2.4.19)$$

De forma geral, a equação (2.4.19) da dilatação temporal nos diz que, para um determinado referencial em movimento uniforme com velocidade $\vec{v}$ em relação a outro em repouso, o tempo medido entre dois eventos pelo referencial em movimento com velocidade $\vec{v}$ é menor do que o tempo medido pelo outro referencial que está em repouso, ou seja, $\Delta t > \Delta t_0$, visto que o fator de Lorentz é $\gamma > 1$ quando a velocidade relativa é próxima à velocidade da luz c , se a velocidade relativa é nula o tempo será o mesmo em ambos referenciais como é esperado.

Uma aplicação interessante do tempo na Relatividade Restrita é o tempo para o fóton¹³. Suponhamos que perguntemos a um aluno do 3º ano do ensino médio o seguinte: se um único fóton percorresse a distância entre a Terra e o Sol, ou seja, cerca de $1,496 \times 10^8$ km que é 1 UA (Unidade Astronômica), quanto tempo é necessário para ele percorrer essa distância considerando a velocidade constante aproximada da luz $c \cong 3 \times 10^5$ km/s ? Possivelmente o estudante ao usar um pouco de cinemática, chegaria ao seguinte intervalo de tempo $\Delta t = \frac{1,496 \times 10^8 \text{ km}}{3 \times 10^5 \text{ km/s}} \cong 498 \text{ s}$, aproximadamente 8 minutos, que é o tempo que a luz leva para chegar do Sol até a Terra!

Porém, essa análise só é válida se estivermos considerando um referencial externo inercial. Por outro lado, se questionarmos o aluno qual seria o tempo com relação ao ponto de vista do fóton, qual seria a resposta coerente? A resposta surpreendente para essa pergunta é que, para o fóton, nenhum tempo passou! Na sua perspectiva, o tempo não faz sentido. Tudo é instantâneo para ele, uma vez que a velocidade da luz é a maior velocidade possível no universo e é constante no vácuo, conforme postulado por Einstein. “[...] Portanto, os fótons jamais

¹³ Fótons são partículas de massa inercial nula que constituem a luz, como pequenos “pacotes” de luz.

envelhecem. O tempo não passa para um fóton. Eles genuinamente não têm idade” (HEWITT, 2015, p. 666). Se tentarmos considerar o referencial da Terra como sendo em repouso e do fóton em movimento uniforme com velocidade c , e tentarmos substituir a velocidade da luz c na equação (2.3.18), chegaremos ao absurdo:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0}{0}, \quad (2.4.20)$$

portanto, a dilatação temporal não se aplica ao fóton, pois o fator de Lorentz seria indefinido, além do fato da Terra não ser um referencial inercial. Os fótons não são observadores válidos para Relatividade Restrita.

2.4.1.4 Paradoxo dos gêmeos

Uma das aplicações mais interessantes da dilatação temporal é o paradoxo dos gêmeos. Para explicá-lo, vamos imaginar a seguinte história fictícia: Alice e Maria são duas irmãs gêmeas, a primeira é uma astronauta que tem uma viagem marcada para a um exoplaneta¹⁴ chamado Ross 128 b¹⁵ onde existe uma boa possibilidade de desenvolvimento de vida devido às semelhanças com a Terra (RINCON, 2017). Enquanto Maria é uma das cientistas ligada à agência espacial que levará Alice a tal exoplaneta. Ao chegar o dia da viagem, no ano de 2023, as irmãs tinham a mesma idade de 30 anos cada, sendo que Alice partiu da Terra ao encontro do Ross 128 b com o foguete mais avançado do mundo que viaja a uma velocidade em módulo de $v = 0,99c$ (99% da velocidade da luz)¹⁶.

Maria sabia que a distância entre a Terra e o exoplaneta é de aproximadamente 11 anos-luz¹⁷, e calculou que a distância percorrida pela Alice foi por volta de 22 anos-luz (ida e volta). Antes que ela chegasse à Terra, Maria decidiu provar a dilatação temporal e com isso, estimou quanto tempo passaria tanto para ela quanto para sua irmã. Ela considerou que a Terra e a estrela estão estacionárias dentro de um mesmo referencial O e que o referencial da nave em que Alice está é O' e que realiza um movimento uniforme com a intensidade de $v = 0,99c$, o esquema da viagem pode ser observado pela Figura 9.

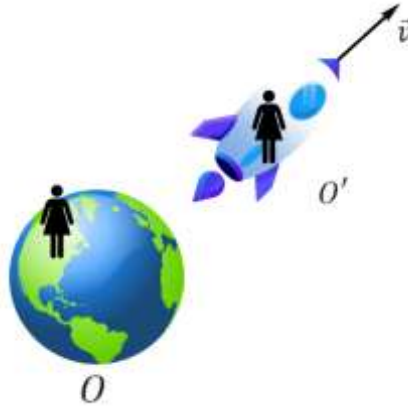
¹⁴ Exoplanetas são planetas fora do sistema solar, ou seja, estão inseridos em outros sistemas planetários.

¹⁵ “A 11 anos-luz de distância, Ross 128 b é o segundo planeta externo ao Sistema Solar mais próximo da Terra. [...]” (RINCON, 2017).

¹⁶ A maior velocidade alcançada por uma nave espacial atualmente foi a sonda Parker Solar Probe da NASA chegando a um valor de 586000 km/h em 2021 (CASSITA, 2021).

¹⁷ 1 anos-luz corresponde à distância em que a luz percorre no vácuo em um ano terrestre, tendo como valor aproximado 9,46 trilhões de quilômetros (MELO, 2018).

Figura 9 – Configuração da viagem das gêmeas: referencial O em repouso e O' em movimento uniforme com velocidade em módulo de $v = 0,99c$.



Fonte: O autor (2023).

Para determinar quanto tempo Alice levou para realizar a viagem de ida no referencial de Maria, esta utiliza a distância entre a Terra e a estrela dividida pela velocidade do foguete, ou seja, o tempo Δt medido por Maria na Terra será:

$$\Delta t = \frac{11c}{0,99c} \text{ anos} \cong 11 \text{ anos}, \quad (2.4.21)$$

onde usamos a definição da unidade anos-luz (o produto de um ano com a velocidade da luz c). Como o tempo da equação (2.4.21) é apenas a ida, multiplicando por 2, Maria determina o intervalo de tempo de 22 *anos* para a viagem completa de Alice, em seu ponto de vista terrestre.

Enquanto na visão de Alice, sua irmã usa a dilatação temporal através da equação (2.3.18), ao substituir os valores da velocidade e do tempo (encontrado por (2.4.21)), Maria chega na seguinte análise ao isolar o tempo próprio Δt_0 da viagem de ida:

$$\Delta t_0 \cong \Delta t \sqrt{1 - \frac{0,98c^2}{c^2}} \cong 11\sqrt{0,02} \text{ anos} \Rightarrow \Delta t_0 \cong 1,6 \text{ anos}, \quad (2.4.22)$$

então na perspectiva de Alice que se encontra dentro do foguete, a viagem durou cerca de 3,2 *anos* para realizar o trajeto completo.

Ao chegar à Terra, sua irmã Maria está aproximadamente 19 anos mais velha do que Alice. Isso representa uma grande diferença entre as idades das gêmeas, comprovando assim a dilatação temporal devido à grande velocidade que o foguete realizou em seu trajeto. No entanto, o paradoxo aparece quando invertemos os papéis. Caso Alice argumentasse que ela permaneceu em repouso e que Maria foi quem se distanciou com velocidade $v = 0,99c$, ou seja, considerando o referencial O' como sendo o que está em repouso e o referencial O com

um movimento uniforme relativo, neste caso, Maria seria aproximadamente 19 anos mais nova do que sua irmã Alice. Isso é notavelmente um absurdo, como constatado pelas irmãs ao se encontrarem. As duas situações não são simétricas, pois Maria está na Terra o tempo todo em repouso, enquanto Alice está no foguete em movimento. E uma vez que ela chegue ao exoplaneta, ela precisa retornar ao seu lar, e para isso, o sentido da velocidade é invertido por uma pequena fração de tempo, e Alice obviamente sente tal mudança. Assim, na Relatividade Restrita, o problema pode ser considerado pelo ponto de vista de Maria, porém não pode ser analisado na perspectiva do foguete de Alice, porque ela não permaneceu a todo o momento em um referencial inercial.

2.4.2 Tempo na Relatividade Geral

Vimos na Relatividade Restrita que o tempo depende do movimento relativo entre dois referenciais inerciais, que este não é absoluto como se imaginava classicamente e que não faz sentido pensar o tempo isolado do espaço, ambos estão entrelaçados formando o espaço-tempo. “Einstein considerava que a relatividade restrita possuía dois fortes entraves conceituais: a manutenção de uma classe privilegiada de referenciais e a sua incompatibilidade com a gravitação newtoniana” (FALCIANO, 2009). A fim de generalizar a Relatividade Restrita para qualquer que seja o referencial (inercial ou não), Einstein apresenta em 1915 a teoria da Relatividade Geral, que não apenas ampliava a teoria anterior, mas também incluía uma versão mais geral do que a gravitação universal de Newton¹⁸.

Einstein dá um novo sentido para o espaço-tempo, trazendo o fenômeno gravitacional como diretamente ligado a essa superfície quadridimensional, no qual revolucionou a maneira como vemos o Universo.

A relatividade geral é a teoria do espaço-tempo. Segundo ela, as forças gravitacionais resultam da curvatura do espaço-tempo. Onde não há forças gravitacionais o espaço-tempo é plano, e um corpo se move em linha reta. As forças gravitacionais são consequências do encurvamento do espaço-tempo devido à presença de massas (FLEMING, 1989, p. 6.).

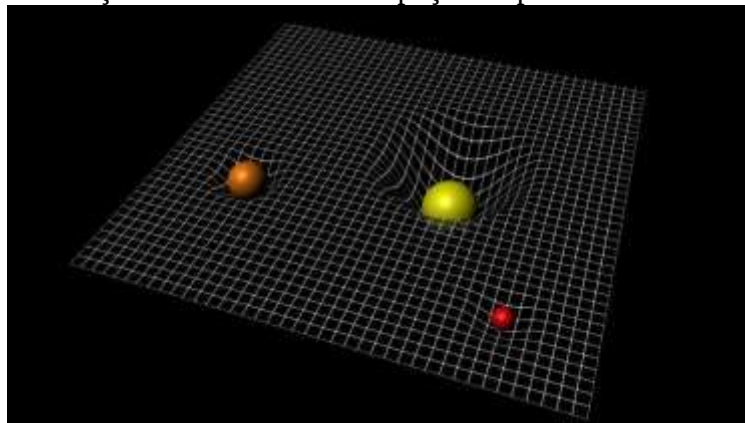
O tecido espaço-tempo que está em todo Universo é deformado pela presença de um corpo massivo, como planetas e estrelas, e isso explica como os planetas orbitam em torno do Sol, por exemplo. Como podemos observar pela Figura 10, uma representação em 2D¹⁹ da

¹⁸ Vide APÊNDICE A para maiores informações sobre a gravitação de Newton.

¹⁹ Como o espaço-tempo possui 4 dimensões, nós não conseguimos visualizar a deformação do espaço-tempo.

deformação por três corpos massivos, sendo o corpo vermelho o que tem menor massa, o marrom intermediário e o amarelo com a maior quantidade de massa.

Figura 10 – Deformação em 2D do tecido espaço-tempo devido a três corpos massivos.



Fonte: ESA (2015).

Nesse tópico é tratado os principais aspectos da Relatividade Geral, tais como o princípio de equivalência, princípio da covariância geral, a relação entre o espaço-tempo curvado e o tempo; e algumas comprovações da teoria que tornaram tão famosa e bem sucedida.

2.4.2.1 Princípio de equivalência

Einstein decidiu encontrar explicações acerca da equivalência entre a massa inercial e a massa gravitacional que Newton já utilizava, mas sem um motivo claro que explicasse essa igualdade.

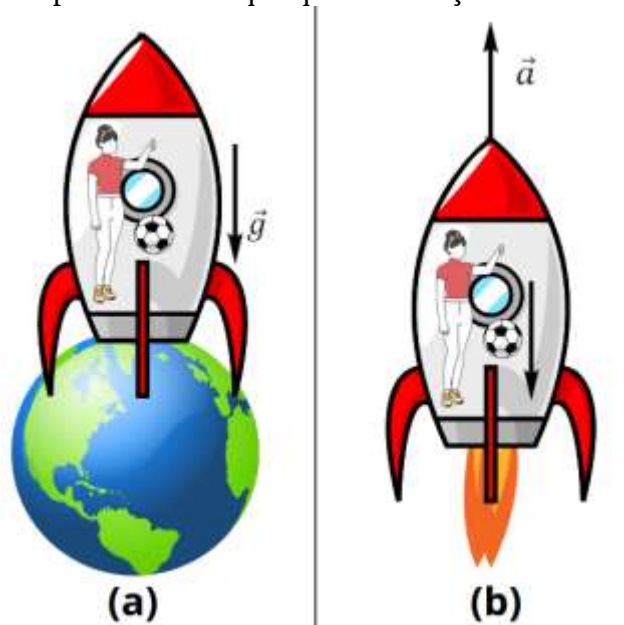
Na mecânica clássica, a massa inercial é definida como a constante de proporcionalidade entre a força exercida sobre um corpo e a aceleração que ele adquire ao sofrer esta força. Neste sentido, a massa inercial mede a resistência a mudança do estado de movimento manifestada em movimentos acelerados. No entanto, sabemos que a noção de inércia de um corpo não se restringe apenas a movimentos acelerados. Ao contrário, o princípio de inércia de Galileo nos diz que, contrariamente ao movimento acelerado, quando não há aceleração os corpos mantêm seu estado de movimento indefinidamente. Embora a quantificação da massa inercial só seja possível em movimentos acelerados, a noção de inércia dos corpos materiais caracteriza uma propriedade cinemática das interações (FALCIANO, 2009, p. 4).

Enquanto que a massa gravitacional está diretamente ligada com a intensidade da força gravitacional que, diferentemente da força eletrostática, apenas apresenta caráter atrativo a todos os corpos que possuem massa. O postulado básico da teoria da Relatividade Geral é o princípio da equivalência que afirma: “um campo gravitacional homogêneo é equivalente, sob todos os aspectos, a um referencial uniformemente acelerado” (TIPLER; LLEWELLYN, 2017,

p. 113). Desde a Mecânica Clássica era sabido que todos os corpos caem com a mesma aceleração gravitacional $\vec{g}$ quando estão submetidos a um campo gravitacional homogêneo, e não importa se são objetos diferentes, eles sentem a mesma aceleração²⁰. Vale salientar que o princípio da equivalência tem que ser aplicado localmente, já que ao considerar uma ampla região de dimensões próximas da Terra, o campo gravitacional deixa de ser uniforme e se torna perceptível sua variação.

Einstein em mais um de seus experimentos mentais, percebeu que se uma pessoa que se encontra dentro de um foguete próximo à superfície da Terra, e solta um objeto de sua mão, ele sente uma atração $\vec{g} \cong -9,81 \text{ m/s}^2 \hat{z}$ que a faz cair para o chão da nave. Caso o foguete não estivesse na superfície da Terra, mas sim no espaço sideral sendo acelerado com a mesma a mesma intensidade de aceleração do caso anterior, tendo $\vec{g} = -\vec{a}$, e a pessoa soltasse o objeto, o mesmo cairia para o piso da aeronave sem diferença alguma com a situação anterior, como podemos observar pela Figura 11.

Figura 11 – Exemplo de uma consequência do princípio da equivalência: (a) apresenta uma pessoa que solta um objeto dentro do foguete que está na superfície da Terra, que cai com aceleração gravitacional $\vec{g}$; (b) mostra a mesma pessoa soltando o objeto da mesma altura em um foguete que se encontra no espaço sideral com aceleração constante $\vec{a} = -\vec{g}$. Em ambas situações a pessoa não vê qualquer diferença entre os dois casos.



Fonte: O autor (2023).

²⁰ Um experimento interessante que mostra a queda de dois corpos no vácuo foi realizado pelo BBC na NASA's Space Power (BBC, 2014).

O exemplo da Figura 11 exemplifica bem o significado do princípio da equivalência, pois não é possível estabelecer que um objeto esteja submetido a um campo gravitacional ou realizando um movimento uniformemente acelerado quando fazemos algum experimento físico. Então a igualdade da massa inercial m_i com a massa gravitacional m_{grav} ($m_i = m_{grav}$) é inevitável.

O princípio de equivalência estende o primeiro postulado de Einstein, o princípio da relatividade, a todos os referenciais, tanto os inerciais como os não inerciais (isto é, acelerados). Isso significa que é impossível determinar a aceleração absoluta de um referencial. A aceleração, como a velocidade, é uma grandeza relativa (TIPLER; LLEWELLYN, 2017, p. 114).

2.4.2.2 Princípio da covariância geral

Na Relatividade Restrita, o primeiro postulado nos garante que as leis físicas são as mesmas para qualquer referencial inercial, todavia, Einstein necessitou abrangê-lo através do princípio da covariância geral, “o princípio de covariância nos diz que as leis da Natureza devem possuir a mesma forma tanto em sistemas acelerados quanto em sistemas inerciais (no sentido newtoniano)” (FALCIANO, 2009, p. 7).

Englobar os referenciais acelerados traz uma complexidade maior para a teoria, pois se as leis da Natureza são as mesmas tanto para referenciais acelerados quanto para não acelerados, é necessário que exista um novo instrumento matemático que conecte diferentes transformações de coordenadas. Onde este seja bem definido, obedecendo às regras de diferenciação e às demais que sejam imprescindíveis. O novo formalismo é feito a partir de tensores²¹, que contêm toda informação física e geométrica necessária para o estudo da Relatividade Geral. Esta foi formulada com cálculo diferencial de modo que as equações dinâmicas podem ser expressas de forma covariante — as equações permanecem válidas, conservando as propriedades físicas sob transformação de coordenadas. “Em última análise, a relatividade geral é a expressão da identificação do campo gravitacional com a métrica do espaço-tempo. A métrica é um campo dinâmico que interage com a distribuição de matéria e energia” (FALCIANO, 2009, p. 8).

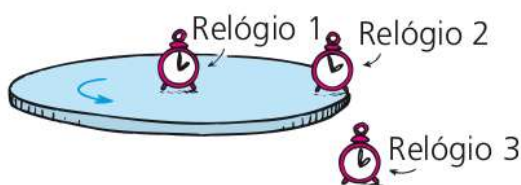
²¹ “Tensores são entidades geométricas introduzidas na matemática e na física para generalizar a noção de escalares, vetores e matrizes. Assim como tais entidades, um tensor é uma forma de representação associada a um conjunto de operações tais como a soma e o produto” (TENSOR, 2022).

2.4.2.3 O espaço-tempo curvo e o tempo

Na Relatividade Restrita vimos que referenciais inerciais podem medir tempos distintos, principalmente quando um deles está se movimentando com uma velocidade relativa próxima da luz, causando o efeito da dilatação temporal — além da contração das distâncias, que não foi abordado neste trabalho. No entanto, o que ocorre para referenciais acelerados? Vamos fazer um pequeno experimento mental que una o princípio da equivalência com a dilatação temporal para um sistema de referencial acelerado.

Suponhamos que em um disco grande horizontal esteja contidos dois relógios, um no centro e outro na borda do disco. Se colocarmos outro relógio no solo em repouso, sendo ele idêntico aos outros dois e que todos estejam sincronizados, ao girar o disco vamos analisar o acontece com a medição do tempo de cada relógio conforme mostrado pela Figura 12.

Figura 12 – Exemplo para compreender o que acontece com o tempo em referenciais acelerados, onde temos 2 relógios no disco em rotação e um terceiro relógio em repouso no solo.



Fonte: Hewitt (2015, p. 691).

A rotação do disco provoca uma pseudoforça centrífuga no relógio 2 que se encontra na borda, estando assim em movimento com relação ao solo. Como esperado pela Relatividade Restrita, o relógio 1 e 3 medirão tempos iguais, pois ambos estão em repouso em relação ao solo. Porém, o relógio 3 estará em um ritmo mais lento do que os outros dois. Para o referencial do solo, o relógio que se encontra na borda mede um tempo menor devido ao movimento, enquanto para o referencial do relógio 1 que fica no centro do disco, perceberá que não há movimento relativo entre ele e a borda, o que é sentido para o relógio 2 é a pseudoforça centrífuga²².

Podemos concluir que um observador no disco afirmará que a diminuição do ritmo temporal é causada pela pseudoforça. Ele notará que caso se mova no mesmo sentido em que a

²² Uma pseudoforça é uma força fictícia que aparece para um observador estacionário em relação a um sistema de referência não inercial. O caso da pseudoforça centrífuga é percebida quando um observador se encontra em um movimento circular, este sente uma “força” que o puxa para fora da trajetória circular.

pseudoforça atua (do centro até a borda), o tempo passará mais devagar. E por meio do princípio da equivalência, quando um observador se move no mesmo sentido de uma força gravitacional, o mesmo efeito ocorrerá: o ritmo do tempo diminuirá. Logo, uma situação envolvendo o campo gravitacional da Terra também provoca esse fenômeno:

Considere dois irmãos gêmeos. Suponha que um deles vá viver no topo de uma montanha, enquanto o outro continua morando ao nível do mar. O primeiro gêmeo envelheceria mais depressa do que o segundo. Assim, se eles voltassem a se encontrar, um estaria mais velho do que o outro. Nesse caso haveria uma diferença de idade muito pequena, mas ela seria bem maior se um dos gêmeos fizesse uma longa viagem em uma espaçonave quase à velocidade da luz (HAWKING, 2015, p. 53).

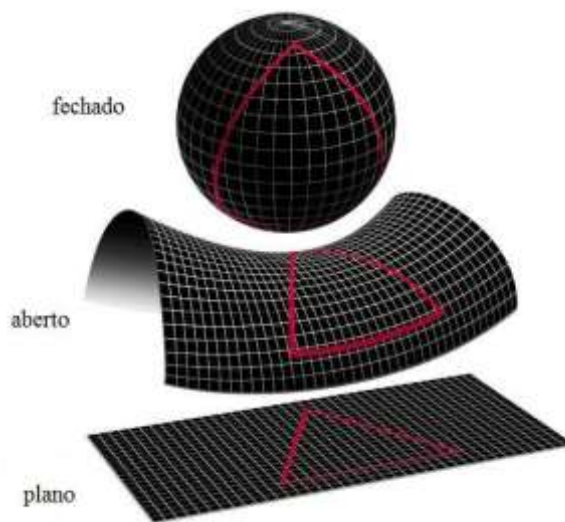
Então para corpos muito massivos, como grandes estrelas e buracos negros, o tempo passa mais devagar à medida que o campo gravitacional aumenta. Temos, então, a dilatação temporal para o caso da Relatividade Geral. No entanto, vale ressaltar que:

É importante notar a natureza relativística do tempo tanto na relatividade especial como na geral. Nas duas teorias, não existe maneira pela qual você possa prolongar sua própria existência. Outras pessoas, movendo-se a velocidades diferentes ou situadas em campos gravitacionais diferentes, podem atribuir-lhe uma longevidade maior, mas sua longevidade está sendo observada a partir do sistema de referência deles – jamais a partir do seu próprio. As alterações no tempo são sempre atribuídas aos ‘outros sujeitos’ (HEWITT, 2015, p. 693).

Podemos então nos perguntar: viagens no tempo para o passado são possíveis para a Relatividade Geral? Na Relatividade Especial não, porém na teoria mais geral existe a possibilidade de voltarmos. Através da equação de campo de Einstein²³, várias soluções surgiram trazendo interpretações das mais variadas para a Cosmologia. Por meio de algumas soluções da equação de campo de Einstein, a teoria do *Big Bang* ganha mais força como a origem do Universo. Uma vez que cada solução dela descreve um Universo, e o que mais chega próximo das observações experimentais é o *Big Bang*, “[...] no nosso estágio atual de conhecimento a escolha se resume a três possibilidades, que são os universos de Friedmann aberto, chato e fechado. O preferido de Einstein, e também o mais fácil de descrever para não-especialistas, é o fechado” (FLEMING, 1989, p. 6). Na Figura 13 estão presentes os três tipos de universos de Friedmann na visão bidimensional, onde evidencia que a geometria euclidiana não é válida para a geometria fechada e aberta, pois a soma dos ângulos internos do triângulo em vermelho para esses dois tipos não dão 180°.

²³ Ou equação de Einstein, que descreve a interação entre a matéria e a gravidade (provocada curvatura espaço-tempo). Não vamos abordá-la nesse trabalho, pois ela envolve a notação de tensorial, necessitando de uma matemática mais robusta para compreender.

Figura 13 – Representação bidimensional das geometrias dos universos de Friedmann.



Fonte: Soares (2008).

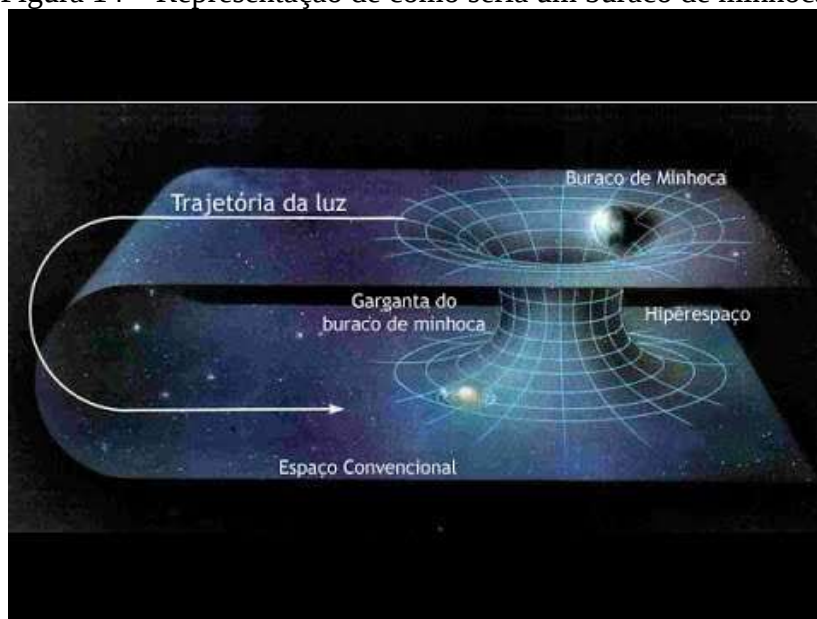
Em todas as geometrias de Friedmann, os universos iniciaram a partir de um ponto, assim como o tempo. Em todos eles ocorre a expansão do Universo. No modelo do universo plano (que obedece aos postulados de Euclides, a geometria usual), não possui bordas nem um centro e é infinito. Sua taxa de expansão continuará para sempre, contudo, ela diminuirá gradualmente. Já no universo aberto, apresenta também a falta de bordas e centro. A expansão também continuará até o infinito, mas nunca chegará a zero. Esse modelo apresenta uma geometria de sela de cavalo — onde na verdade, esta é tridimensional e que se encontra imersa num hiperespaço de quatro dimensões. Por fim, no modelo do universo fechado, a expansão cessará, levando ao colapso sobre si mesmo um *Big Crunch* (Grande Colapso), onde haverá um novo “*Big Bang*”. Trata-se de um Universo cíclico — embora não saibamos se isso é fisicamente possível — que apresenta geometria curva, como a superfície de uma hipersfera no espaço-tempo quadridimensional. Temos, então, um universo fechado e finito (SOARES, 2008).

Além disso, a Relatividade Geral abre a possibilidade de “atalhos” no espaço-tempo. Sabemos que a velocidade limite do universo é a da luz e não podemos ultrapassá-la. Até onde sabemos, isso não é possível no contexto macro, mas talvez seja quanticamente.

Talvez isso pareça descartar tanto a viagem espacial rápida quanto a viagem de volta no tempo. No entanto, há uma possível saída. Poderíamos conseguir dobrar o espaço-tempo de maneira a formar um atalho entre A e B. Um modo de fazer isso seria criar um buraco de minhoca entre A e B. Como o nome sugere, o buraco de minhoca é um tubo fino de espaço-tempo que pode conectar duas regiões quase planas muito distantes (HAWKING, 2015, p. 202-203).

As “pontes” ou buracos de minhoca, estudadas por Einstein e Nathan Rosen (1909-1995), mostraram que essas passagens eram rapidamente fechadas, o que impediria de uma nave atravessar, por exemplo. Existe a possibilidade de que, no futuro, seja possível manter os buracos de minhoca por mais tempo, o que permitiria uma viagem para longas distâncias em pouco tempo. Todavia, isso é bastante incerto (HAWKING, 2015, p. 203). Podemos observar uma representação de um buraco de minhoca pela Figura 14.

Figura 14 – Representação de como seria um buraco de minhoca.



Fonte: getty images ([2021?]). Disponível em: <https://www.pucrs.br/mct/buracos-negros-e-buracos-de-minhoca/>. Acesso em: 04 dez. 2023.

Se quiséssemos viajar para o passado, precisaríamos de matéria com densidade de energia negativa para que o espaço-tempo fosse afetado por uma curvatura negativa como é o caso do buraco de minhoca. As leis clássicas não permitem que hajam viagens no tempo muito menos para o passado, no entanto, é na junção das teorias Quântica e Relatividade Geral que as viagens para o passado se tornam possíveis (pelo menos teoricamente em algumas situações extremas), mas é um campo ainda a ser explorado na Física. Contudo, viajar para o passado nos leva a um famoso paradoxo, o do avô, que é bastante difundido na cultura pop. O paradoxo do avô basicamente acontece quando um viajante do tempo volta ao passado e decide matar seu avô que ainda não teve filhos (um dos pais do viajante). Caso ele assim o faça, o seu avô não terá tido um filho, o que ocasiona um paradoxo: como o viajante conseguiu voltar ao tempo se ele nunca nasceu? Esse paradoxo é mais um dos motivos pelos quais viagens ao passado não parecem ser fisicamente possíveis.

2.4.2.4 Comprovações da Relatividade Geral

Uma das comprovações mais famosas da teoria de Einstein foi a deflexão da luz devido à gravidade. Quando raios luminosos passam por um local onde existe um campo gravitacional, eles sofrem um desvio devido à curvatura provocada por estrelas, planetas e demais corpos. Quanto maior a massa do astro, maior será o desvio da luz, uma vez que o espaço-tempo é mais curvo. Com isso, a Figura 15 mostra o efeito da deflexão da luz comprovada em 1919 na cidade de Sobral-CE, onde foi possível observar tal fenômeno, pois naquele ano acontecia um eclipse solar total que permitiu aos cientistas enxergarem (fotografarem) o desvio realizado pela luz vinda das estrelas próximas.

Figura 15 – Representação do fenômeno da deflexão da luz visto no eclipse em Sobral-CE.



Fonte: Idelfonço (2019).

Depois dessas observações, novas análises eram realizadas novamente quando as estrelas em questão estivessem na mesma posição no céu, sem a interferência do Sol. A conclusão foi:

O segundo conjunto de fotos foi tirado em julho do mesmo ano, para serem comparadas aos registros de maio. Segundo a teoria de Einstein, a comparação deveria revelar uma diferença de 1,75 segundo de arco, enquanto a de Newton previa um número bem menor, de 0,86. Um segundo de arco equivale ao tamanho de uma estrela a olho nu. 'Passaram os meses seguintes analisando aquelas placas e conseguiram centenas de páginas de cálculos baseados nas fotos', diz Dunn. Então, em novembro, os olhos do mundo se voltaram para Londres, onde os cientistas anunciaram que Einstein estava certo (OLIVEIRA, 2018).

Muitas outras comprovações foram verificadas ao longo dos últimos anos, como a comprovação dos efeitos próximos a buracos negros, as lentes gravitacionais e ondas

gravitacionais, e a precessão do periélio de Mercúrio, entre outras comprovações. Todavia, não vamos abordá-las neste trabalho visto que o intuito são as relações com o tempo.

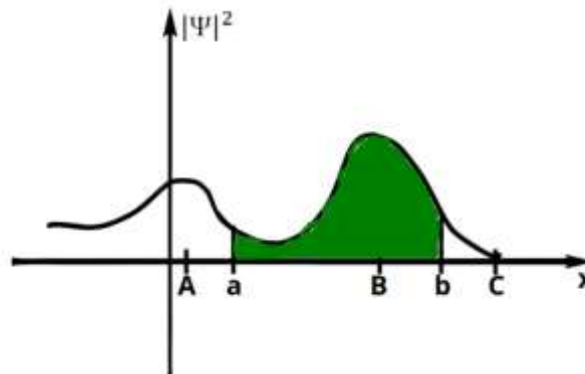
2.5 O TEMPO NA MECÂNICA QUÂNTICA

Diferentemente do mundo clássico, o mundo do muito pequeno — Física Quântica — não apresenta noções muito intuitivas. Isso ocorre porque não conseguimos enxergar elétrons, prótons, átomos e outros constituintes muito ínfimos da matéria a olho nu. Além disso, nossos sentidos não são capazes de sentir esse mundo, então é de se esperar que os fenômenos relacionados à Mecânica Quântica sejam contraintuitivos para nós. A teoria quântica surge de início através do alemão Max Planck (1858-1947), que ao tentar solucionar o problema da radiação do corpo negro²⁴ traz à tona a quantização da energia eletromagnética. Posteriormente, Einstein propõe que a radiação eletromagnética é sempre quantizada, no intuito de explicar o efeito fotoelétrico, que foi comprovado logo depois. Essas rupturas com a Mecânica Clássica possibilitaram um avanço sem precedentes para Física, tais como os modelos atômicos que evoluíram consideravelmente a partir do modelo de Niels Bohr (1885-1962) que trouxe a quantização das órbitas nas quais os elétrons orbitam em torno do núcleo.

Para entender o quão distinta a Mecânica Quântica pode ser da nossa visão newtoniana, considere que desejamos medir uma grandeza física qualquer, digamos que seja posição x de uma partícula atômica. Para determiná-la, calculamos a probabilidade de obter a posição em torno dos pontos genéricos a e b — pois a Mecânica Quântica é regida pela estatística. O gráfico da densidade de probabilidade $|\Psi|^2$ em função da posição x , presente na Figura 16, representa uma curva genérica que mostra os pontos onde existe maior possibilidade de encontrar a partícula. O ponto com maiores chances de encontrá-la está próximo do ponto B, pois é o máximo local do gráfico.

²⁴ O corpo negro é um objeto hipotético que absorve toda radiação eletromagnética. Os físicos buscavam conciliar os dados experimentais com a teoria Clássica, porém isso só funcionava para baixas frequências. É então que Planck sugere que a energia deve ser quantizada em termos de sua constante, daí nasce a teoria dos “pacotes” de energia.

Figura 16 – Gráfico da densidade de probabilidade referente a partícula hipotética. A área em verde abaixo da curva representa a probabilidade de encontrar a partícula entre os pontos a e b. A região mais provável de encontrá-la é próxima de B.



Fonte: O autor (2023).

Caso tivéssemos encontrado a partícula próxima do ponto B, através de um instrumento preciso, e nos questionássemos a respeito de onde ela estava antes da medição, existem duas possibilidades para essa indagação: a posição realista e ortodoxa. Vamos analisar as principais escolas de pensamento que tratam da indeterminação quântica. De acordo com Griffiths (2011), o realista apresentaria a seguinte resposta: a partícula estava em B. Embora pareça um pensamento coerente, essa afirmação implicaria que a Mecânica Quântica é incompleta, uma vez que ela estava em B e a teoria não nos dava tamanha precisão.

Para o realista, a indeterminação não é um fato da natureza, mas um reflexo de nossa ignorância. Como afirmou d'Espagnat, 'a posição da partícula nunca foi indeterminada, mas sim, meramente desconhecida pelo experimentador'. Evidentemente, Ψ não engloba tudo; algumas informações extras (conhecida como variáveis ocultas) são necessárias para se ter uma descrição completa da partícula (GRIFFITHS, 2011, p. 3).

Já para o ortodoxo: a partícula não se encontrava em lugar algum, o ato de medir forçou a partícula a “escolher”, porém não indagaremos como e por que ela escolheu o ponto B. Essa perspectiva é chamada de interpretação de Copenhague, associada a Bohr, e é mais aceita atualmente. Isso torna a Mecânica Quântica ainda mais intrigante, pois não sabemos como a partícula “toma a decisão” quando fazemos o ato de medir (GRIFFITHS, 2011).

Caso fizéssemos outra medição a fim de descobrir se a partícula aparece novamente no ponto B, segundo a interpretação de Copenhague, o ato de medir na primeira vez modificou a função de onda. Isso resultou em uma probabilidade ainda maior de encontrá-la em B, enquanto nos outros pontos tende a zero. Chamamos isso de colapso da função de onda. Se a segunda medida é realizada rapidamente, antes que o colapso se disperse, é provável que a posição medida seja B.

E se estivermos medindo o tempo em vez da posição? Bom, o tempo é tratado como um parâmetro numérico no contexto quântico, em contrapartida de outras grandezas como momento, posição e energia que são operadores (que são identificados com um símbolo ($\hat{}$)). Os operadores ao atuarem em uma autofunção (ou autovetor), retornam autovalores multiplicados pela autofunção associada. Ou seja, se um operador $\hat{A}$ atuar em uma autofunção φ_i , será retornado um autovalor a_i que está associado à autofunção:

$$\hat{A}\varphi_i = a_i\varphi_i, \quad (2.5.1)$$

no contexto quântico, os autovalores são as possibilidades de medição de uma grandeza física associado ao operador desta grandeza. Veremos logo em seguida que a evolução temporal de sistemas quânticos é descrita pela famosa equação de Schrödinger.

Podemos estudar a Mecânica Quântica de duas formas principais: uma análise ondulatória de Erwin Schrödinger (1887-1961) ou de forma matricial de Werner Heisenberg (1901-1976). Para o presente trabalho, vamos considerar apenas a forma ondulatória, por ser mais familiar. Nesta seção, são discutidos os principais aspectos que relacionam o tempo na análise ondulatória, como a equação de Schrödinger e o princípio de incerteza de Heisenberg.

2.5.1 Equação de Schrödinger

Na Mecânica Clássica, podíamos resolver problemas como a determinação da posição em dado instante de tempo através da definição de força (2ª lei de Newton), que trazia toda informação dinâmica de um dado corpo. No entanto, no mundo atômico e subatômico, as coisas mudam de configuração. Louis de Broglie (1892-1987) apresentou uma ideia bastante contraintuitiva de que a matéria também se comporta como uma onda. Surge então a noção de ondas de de Broglie²⁵, que foi provocada pela descoberta da dualidade onda-partícula da luz.

Surge então a famosa equação de Schrödinger (2.5.2), com intuito de compreender como a matéria ondula. Essa equação mostra como uma partícula de massa m , sujeita a um determinado potencial $V(x, y, z)$, comporta-se de acordo com a função de onda $\Psi(x, y, z, t)$ dada pela solução de:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(x, y, z, t) + V(x, y, z)\Psi(x, y, z, t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x, y, z, t)}{\partial t}, \quad (2.5.2)$$

²⁵ Vide APÊNDICE G para mais detalhes.

onde a constante de Planck $h \cong 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ está relacionada com $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$, a unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$ e ∇^2 é operador laplaciano, que em coordenadas cartesianas é dado por $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

A equação de Schrödinger (2.5.2) nos dá a informação de como a função de onda $\Psi(x, y, z, t)$ está distribuída no espaço e evolui com o passar do tempo. Todavia, é importante entendermos que a partícula analisada de massa m não pode ser localizada em um ponto específico, pois ela ondula no espaço, o que nos leva a entendê-la a partir da interpretação estatística, que é dada por meio da densidade de probabilidade $|\Psi(x, y, z, t)|^2$, mais precisamente é pela área abaixo da curva de $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ como podemos ver pela equação (2.5.3), a probabilidade de encontrar a partícula em todo espaço é 100% (condição de normalização):

$$\iiint_{\text{espaço}} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz = 1. \quad (2.5.3)$$

Geralmente solucionar a equação (2.5.2) se torna um trabalho complexo dependendo das condições de contorno de cada problema, por isso, analisar através de uma solução estacionária se torna conveniente. Para encontrá-la, precisamos fazer a separação de variáveis ao dizer que $\Psi(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t)$, ou seja, que a nossa função de onda é o produto de cada função de uma única variável, então, ao substituir na equação de Schrödinger (2.5.2), omitindo as dependências, teremos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 [XYZT] + V(x, y, z)[XYZT] = i\hbar \frac{\partial (XYZT)}{\partial t}, \quad (2.5.4)$$

abrindo o laplaciano e tirando da derivada os termos que não dependem, temos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(YZT \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + XZT \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + XYT \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z)[XYZT] = i\hbar [XYZ] \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.5.5)$$

vamos dividir toda equação (2.5.5) por $\Psi(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t)$, de modo que obtemos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z) = \frac{i\hbar}{T} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.5.6)$$

conseguimos separar a equação, de tal forma que o lado esquerdo de (2.5.6) é uma função $f(x, y, z)$ e o lado direito $g(t)$, então a igualdade tem que ser uma constante C:

$$f(x, y, z) = g(t) = C. \quad (2.5.7)$$

Agora podemos resolver a parte temporal do lado direito de (2.5.6):

$$\begin{aligned}\frac{i\hbar}{T} \frac{\partial T}{\partial t} &= C, \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{C}{i\hbar} T = -\frac{Ci}{\hbar} T,\end{aligned}\tag{2.5.8}$$

a solução para (2.5.8) é uma exponencial do tipo:

$$T = e^{kt},\tag{2.5.9}$$

com k uma constante a ser definida ao derivarmos em relação ao tempo t e igualar a (2.5.8), teremos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t} &= k e^{kt} = -\frac{Ci}{\hbar} e^{kt}, \\ k &= -\frac{Ci}{\hbar}.\end{aligned}\tag{2.5.10}$$

Substituindo em (2.5.9), chegamos:

$$T = e^{-\frac{Ci}{\hbar}t},\tag{2.5.11}$$

essa solução pode ser reescrita em termos de senos e cossenos, usando a fórmula de Euler:

$$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \operatorname{sen}(\theta),\tag{2.4.12}$$

aplicando para (2.5.11), temos:

$$T = \cos\left(\frac{C}{\hbar}t\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{C}{\hbar}t\right).\tag{2.5.13}$$

E uma função de onda temporal genérica em termos de seno, por exemplo, apresenta-se como:

$$y(t) = \operatorname{sen}(\omega t),\tag{2.5.14}$$

com amplitude igual a um, e sabendo que a frequência angular é $\omega = 2\pi f$, então a frequência f para (2.5.13) é:

$$f = \frac{C}{\hbar} \frac{1}{2\pi} = \frac{C}{\hbar} \frac{1}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{C}{\hbar}.\tag{2.5.15}$$

No entanto, na relação da quantização da energia de Planck, sabe-se que a frequência f com a energia E e h , relaciona-se através de $f = E/h$. Então, a constante é $C = E$. Portanto, a solução temporal da equação de Schrödinger (2.5.2) é:

$$T(t) = e^{-\frac{iE}{\hbar}t}, \quad (2.5.16)$$

enquanto que a equação de Schrödinger independente do tempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x, y, z) + V(x, y, z)\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z). \quad (2.5.17)$$

Além disso, o cálculo da probabilidade de (2.5.3) não necessita da parte temporal, uma vez que a densidade de probabilidade δ :

$$\begin{aligned} \delta &= |\Psi(x, y, z, t)|^2 = \Psi^*(x, y, z, t) \cdot \Psi(x, y, z, t), \\ \delta &= \psi^*(x, y, z)e^{\frac{iE}{\hbar}t} \cdot \psi(x, y, z)e^{-\frac{iE}{\hbar}t}, \\ \delta &= |\psi(x, y, z)|^2, \end{aligned} \quad (2.5.18)$$

onde usamos a notação (*) para representar o conjugado de um número complexo e o produto interno.

A equação de Schrödinger é uma equação de autovalores, já que na Mecânica Quântica utilizamos operadores, nos quais são entes matemáticos que transformam um elemento em outro. É o caso de (2.5.2), que no formalismo da equação de autovalores pode ser escrito como:

$$\hat{H} \Psi(x, y, z, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, y, z, t), \quad (2.5.19)$$

sendo $\hat{H}$ o operador Hamiltoniano da energia dado pela soma da energia cinética mais potencial do sistema, cuja $\hat{H} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$. O autovalor associado a autofunção Ψ é a energia E . Para o caso estacionário, escrevemos:

$$\hat{H} \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z). \quad (2.5.19)$$

2.5.2 Princípio da incerteza de Heisenberg

Na Mecânica Clássica, as leis básicas da física são determinísticas. Usamos uma análise estatística para lidar com problemas muito difíceis, geralmente aqueles que envolvem um grande número de partículas, como átomos na termodinâmica, por exemplo. Classicamente, podemos saber exatamente como se comportará uma determinada partícula se soubermos como o momento linear $\vec{p}$ e a posição x para as condições de um instante inicial $t = 0$. Com isso, saberemos todos os instantes depois, ou seja, temos o determinismo para o contexto clássico.

No entanto, para Física Quântica, Heisenberg mostrou que não podemos medir o momento p_x (na direção x) e a posição x de forma exata, simultaneamente. As duas grandezas estão limitadas a metade de $\hbar$. A relação de incerteza para o momento e posição x é:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (2.5.20)$$

no qual, Δx é a incerteza²⁶ da medida de x e Δp_x a incerteza do momento na componente p_x . Então, se uma posição for medida com precisão exata ($\Delta x = 0$), não poderíamos saber nada a respeito do momento, e consequentemente da velocidade. Vale destacar que existem também as outras relações de incerteza, para as demais componentes do momento. Além disso, não podemos atribuir que a incerteza de (2.5.20) seja por causa de algum problema tecnológico, o princípio de incerteza de Heisenberg é algo intrínseco ao sistema quântico.

Vimos anteriormente na seção da equação de Schrödinger, que a constante de Planck é uma grandeza extremamente pequena, e com isso, no mundo clássico do macroscópico, o determinismo entra em jogo, na maioria dos casos. Logo, o princípio de Heisenberg se aplica no contexto quântico, já que as suas consequências são praticamente imperceptíveis no mundo macroscópico.

O tempo também está presente na incerteza quântica, e para explicitá-lo, vamos considerar que, para uma determinada partícula quântica de massa m , onde é caracterizada por um pacote de ondas genérico e se mova a uma intensidade de velocidade dada por v . Podemos escrever a incerteza da posição em x através de:

$$\Delta x = v \Delta t, \quad (2.5.21)$$

onde Δt é a incerteza do tempo. Por outro lado, podemos escrever a energia E para essa partícula, considerando que ela não esteja sujeita a nenhum potencial, de modo que teremos apenas a energia cinética, dada por:

$$E = \frac{mv^2}{2}, \quad (2.5.22)$$

no qual, podemos escrever a energia (2.5.22) em termos do momento linear na direção em que a partícula percorre $\vec{p}_x = m\vec{v}$. Então:

$$E = \frac{(p_x)^2}{2m}. \quad (2.5.23)$$

Tomando a diferencial de (2.5.23), chegaremos:

²⁶ Precisamente é o desvio padrão dado por $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, sendo a notação “ $\langle x \rangle$ ” a média de x .

$$dE = \frac{p_x}{m} dp_x \Rightarrow dE = v dp_x, \quad (2.5.24)$$

podemos substituir as diferenciais da equação (2.5.24) por pequenos intervalos. De forma aproximada, teremos:

$$\Delta E = v \Delta p_x \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\Delta E}{v}, \quad (2.5.25)$$

portanto, ao substituir os valores das equações (2.5.21) e (2.5.25) na incerteza de (2.5.20), obteremos uma incerteza de energia ΔE com a incerteza temporal Δt . Logo, a segunda relação de incerteza:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (2.5.26)$$

A relação de incerteza para energia e tempo dado em (2.5.24), nos diz:

O indeterminismo quântico, expresso nessa relação, deixa sem resposta questões do tipo: quanto **tempo** leva um elétron para ir de um nível de energia a outro? **Quando** ele **salta**? O princípio da incerteza não nos permite observar o átomo no **momento exato** de um decaimento, nem determinar sua **duração**. A teoria fornece a duração **média** de um estado excitado, mas não diz **quando** um átomo específico irá decair (MARTINS; ZANETIC, 2002, p. 43, grifo do autor).

2.5.3 Perspectivas futuras para o tempo: Gravitação Quântica?

Até agora vimos que o tempo na Mecânica Quântica se assemelha a Mecânica Clássica, tendo um papel um pouco secundário. No entanto, o estudo do tempo para o contexto quântico ainda é recente e existem muitas dúvidas a respeito. Alguns exemplos são: o tempo é absoluto na Mecânica Quântica? Será que o tempo é real? E é possível viajar para o passado? Essa última parece ser matematicamente possível através da Relatividade Geral:

[...] a partir de 1949, surgiram soluções das equações dessa teoria, como o Universo de Gödel, que possuem curvas fechadas do tipo tempo (CTCs), isto é, caminhos fechados no espaço-tempo curvo que podem ser percorridos com velocidade (local) inferior à da luz. Portanto, tais soluções permitiriam, a priori, viagens ao passado (PAIVA, 2014, p. 10).

Essas e outras perguntas ainda estão incertas. Contudo, a Física busca uma teoria que englobe tanto a Relatividade Geral quanto a Mecânica Quântica, a Gravitação Quântica. Pois, ao relacionarmos ambas, conseguiremos explicar desde um fenômeno na ordem macro, quanto no mundo do muito pequeno. Então a junção das duas teorias, permitiria entender melhor o

tempo, e como o Universo como o todo funciona. Já que o nível deste trabalho é graduação, não iremos abordar tal assunto, uma vez que exigiria conceitos mais sofisticados e com formalismo que usado em uma pós-graduação na área.

3 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou os principais aspectos do tempo: partindo da Antiguidade, com a visão de Aristóteles de um tempo mais abstrato ligado a mudanças. Avançamos para o período da Mecânica Clássica, onde Newton acreditava em um tempo absoluto, que independe de qualquer coisa externa. Discutimos a noção do sentido temporal em nosso cotidiano, por meio da entropia. Abordamos a quebra do tempo absoluto através da Relatividade Einstein, mostrando que o tempo é relativo. Por fim, exploramos a equação de Schrödinger e a incerteza quântica de Heisenberg, que limita a precisão das grandezas físicas, incluindo o tempo. Vale destacar que, a visão newtoniana do tempo é válida para aproximações do nosso cotidiano, desde que a velocidade relativa seja muito pequena ao comparar com da luz. De forma semelhante, quando estamos no mundo macro, a Mecânica Clássica apresenta bons resultados. Portanto, os efeitos quânticos praticamente se tornam imperceptíveis nesse limite.

Diante das diferentes interpretações do tempo ao longo da história da Física, fica nítido que nossa compreensão ainda é limitada. Embora tenhamos evoluído consideravelmente, existem questões a serem tratadas sobre o tempo que ainda não possuem respostas, principalmente no contexto da Mecânica Quântica e da Relatividade Geral. Contudo, os conceitos discutidos neste trabalho, mostram que o tempo não é apenas uma grandeza física que simplesmente mede eventos. Ele assume papéis de grande importância, como a relação da entropia e a direção do tempo (flecha do tempo); a dilatação temporal, que é mais perceptível quando lidamos com sistemas com velocidades próximas da luz, ou ainda na presença de um campo gravitacional intenso; a simultaneidade entre dois eventos que podem ou não serem simultâneos a dois referenciais inerciais; entre outros.

É preciso que mais estudos sejam realizados para entender as particularidades que o tempo apresenta, através de uma unificação entre a Mecânica Quântica e a Relatividade Geral, poderemos obter respostas para perguntas como: viagens no tempo ao passado são possíveis em algum certo grau ou não? Ou se o tempo deixará de existir — se é que ele existe. Além disso, questões como: o tempo é quantizado ou contínuo? e várias outras perguntas que tornam o tempo uma das coisas mais intrigantes da ciência.

REFERÊNCIAS

- ABDALLA, E. O conceito de tempo, do misticismo aos dias modernos . **Revista USP**, São Paulo, n. 81, p. 50-57, 2009. DOI: 10.11606/issn.2316-9036.v0i81p50-57. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/revusp/article/view/13730>. Acesso em: 10 dez. 2023.
- AGOSTINHO, Santo. **Confissões**. Tradução de Lorenzo Mammi. Revisão por Moacyr A. Novaes. São Paulo: Penguin Companhia, 2017.
- ANNUS MIRABILIS. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2022. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Annus_mirabilis. Acesso em: 12 dez. 2023.
- ARISTOTLE. **Aristotle's Physics, books III and IV**. Tradução: Edward Hussey. Oxford, England: Clarendon Press, 1983. ISBN: 9780198720690.
- BBC. Brian Cox visits the world's biggest vacuum. London: BBC, 2014. 1 vídeo (5 min). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs&ab_channel=BBC. Acesso em: 28 nov. 2023.
- CAMPOS, Gustavo. Ciclo de Carnot. **Mundo Educação**, [202?]. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/ciclo-carnot.htm>. Acesso em: 25 nov. 2023.
- CASSITA, Danielle. Sonda Solar Parker bate novo recorde de "nave mais rápida da história". **Canaltech**, 2021. Disponível em: <https://canaltech.com.br/espaco/sonda-solar-parker-bate-novo-recorde-de-nave-mais-rapida-da-historia-202548/>. Acesso em: 20 nov. 2023.
- ESA. **Spacetime curvature**. Paris: ESA, 1 sept., 2015. Disponível em: https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2015/09/Spacetime_curvature. Acesso em: 24 nov. 2023.
- FALCIANO, Felipe Tovar. Geometria, espaço-tempo e gravitação: conexão entre conceitos da relatividade geral. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 31, n. 4, p. 4308-4317, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/G5zC7L9qcKg6vZdTXmmWyGm/>. Acesso em: 10 nov. 2023.
- FLEMING, Henrique. O tempo na física. **Revista USP**, São Paulo, n. 2, p. 3-6, 1989. DOI: 10.11606/issn.2316-9036.v0i2p3-6. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/revusp/article/view/25450>. Acesso em: 20 nov. 2023.
- GRIFFITHS, David J. **Mecânica quântica**. 2. ed. São Paulo: Pearson, 2011.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER Jearl. **Fundamentos de física, volume 4: óptica e física moderna**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- HAWKING, Stephen. **Uma breve história do tempo**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2015.
- HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

IDELFONÇO, Carolina M.. Relatividade no cotidiano. **ComCiência**, 2019. Disponível em: <https://www.comciencia.br/relatividade-no-cotidiano/>. Acesso em: 30 nov. 2023.

KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. [S.l.]: CultVox, [20--]. E-Book. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=2246. Acesso em: 29 set. 2023.

MARTINS, André Ferrer P.; ZANETIC, João. Tempo: esse velho estranho conhecido. **Ciência e Cultura**, v. 54, n. 2, p. 41-44, 2002.

MELO, Pâmela Raphaella. O que é um ano-luz?. **Mundo Educação**, 2018. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/o-que-um-ano-luz.htm>. Acesso em: 20 nov. 2023.

MOREIRA, Isabela. 5 coisas que você precisa saber sobre Marie Curie. **Revista Galileu**, 4 jul. 2016. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/ciencia/noticia/2016/07/5-coisas-que-voce-precisa-saber-sobre-marie-curie.ghml>. Acesso em: 15 nov. 2023.

MOSCA, Gene; TIPLER, Paul Allen. **Física para cientistas e engenheiros, vol. 1: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

NASA.WMAP. **Timeline of the Universe**. Washington, D.C, EUA: NASA, 2012. Disponível em: <https://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/index.html>. Acesso em: 23 nov. 2023.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica , 1: mecânica**. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2013.

OLIVEIRA, Aj. A história do eclipse de Sobral (CE) que comprovou a Teoria da Relatividade. **Revista Galileu**, 25 out. 2018. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/noticia/2018/10/historia-do-eclipse-de-sobral-ce-que-comprovou-teoria-da-relatividade.html>. Acesso em: 30 nov. 2023.

OLIVEIRA, Danilo. Teoria do Big Bang: o que é e como ela explica a origem do Universo?. **Olhar Digital**, 06 out. 2023. Disponível em: <https://olhardigital.com.br/2023/09/21/ciencia-e-espaco/teoria-do-big-bang-o-que-e-e-como-ela-explica-a-origem-do-universo/>. Acesso em: 12 dez. 2023.

OLIVEIRA, Nícolas. Como será o fim do Universo?. **TecMundo**, 2022. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/ciencia/234850-fim-universo.htm> . Acesso em: 24 nov. 2023.

PAIVA, Ismael Lucas de. **Alguns aspectos do tempo na mecânica quântica**. 2014. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

RINCON, Paul. Como é Ross 128 b, o recém-descoberto planeta próximo à Terra com melhores condições para abrigar vida. **BBC News Brasil**, 2017. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-42011369>. Acesso em: 20 nov. 2023.

SALINAS, Sílvio Roberto de Azevedo. **Introdução à física estatística**. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2005.

SILVA, Alessandro Leonardo Rodrigues. Cronos e Kairós em Paul Tillich. **Revista Pandora**, São Paulo, v. 84, p. 1-4, 2018.

SOARES, Domingos Sávio de Lima. O Big Bang, um “Estrondão” no espaço e no tempo. **física.ufmg**, Belo Horizonte: UFMG, 24 out. 2008. Disponível em: <http://lilith.fisica.ufmg.br/~dsoares/reino/cosmolg1-EM.htm>. Acesso em: 04 dez. 2023.

STUDART, Nelson. Einstein e o Ano Mundial da Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, p. 1-4, 2005.

TEMPO. In: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2023. Disponível em: <http://www.dicio.com.br/tempo/>. Acesso em: 22 set. 2023.

TENSOR. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2022. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Tensor&oldid=64855033>. Acesso em: 30 nov. 2023.

THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

TIPLER, Paul Allen; LLEWELLYN, Ralph A. **Física moderna**. Tradução e revisão técnica Ronaldo Sérgio de Biasi. 6. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2017.

WHITROW, G.J. **O tempo na história**: concepções da pré-história aos nossos dias. Tradução: Maria Luíza A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1993.

YANDA. Clepsidra. **Amino**, 20 maio 2018. Disponível em: <http://aminoapps.com/p/c4vh4i>. Acesso em: 10 nov. 2023.

APÊNDICE A – LEIS DE NEWTON

De acordo com o livro Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas de autoria de Marion e Thornton:

- I. Um corpo permanece em repouso ou em movimento uniforme, exceto sob a atuação de uma força.
- II. Um corpo sob a atuação de uma força se move de tal forma que a taxa temporal de variação da quantidade de movimento se iguala à força.
- III. Se dois corpos exercem forças entre si, essas forças serão iguais em magnitude e opostas em termos de direção.

Matematicamente podemos representar a 2ª lei de Newton como sendo:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (\text{A.1})$$

Onde $\vec{F}_R$ é a força resultante em um determinado corpo, $\vec{p} = m\vec{v}$ é momento linear ou quantidade de movimento, m é a massa e $\vec{v}$ a velocidade do corpo em questão. Quando a massa é constante, chegamos na famosa expressão da força resultante que é vista no ensino básico (A.2) pois a taxa de variação temporal da velocidade é a definição da aceleração $\vec{a}$, ou seja:

$$\vec{F}_R = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}. \quad (\text{A.2})$$

Enquanto que na 3ª lei podemos escrever que a força que um corpo A exerce sobre um corpo B ($\vec{F}_{AB}$) é igual o negativo da força que o corpo B reage com A ($\vec{F}_{BA}$), ou seja, a equação (A.3):

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}. \quad (\text{A.3})$$

Existe ainda a lei da gravitação universal de Newton, que explica a interação entre dois corpos que sentem a atração do campo gravitacional. A força gravitacional $\vec{F}_g$ pode ser expressa como produto entre duas massas, digamos m_1 e m_2 , dividido pelo quadrado da distância r entre as massas, onde a direção é dada pelo vetor unitário $\hat{r}$ e a constante de proporcionalidade é $G = 6,674184 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, ou seja:

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}, \quad (\text{A.4})$$

o sinal de menos na equação (A.5) significa que a força gravitacional é sempre atrativa.

APÊNDICE B – MÁQUINA DE CARNOT

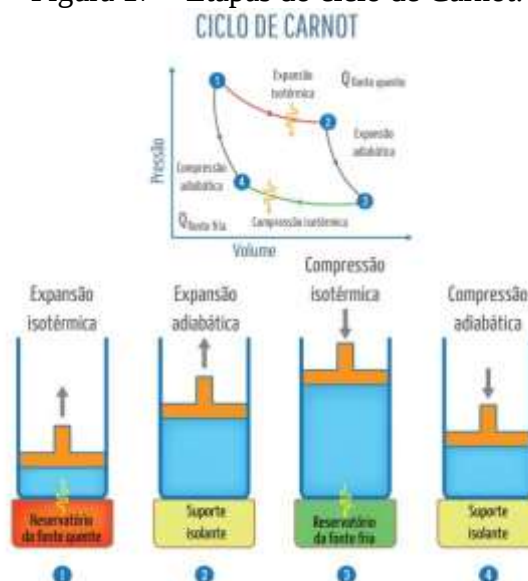
A 2ª lei da Termodinâmica nos diz que é impossível que uma máquina térmica seja totalmente eficiente trabalhando entre dois reservatórios térmicos. Mas foi Sadi Carnot (1796-1832) quem descobriu que uma máquina trabalhando entre processos reversíveis é a mais eficiente possível que pode operar entre dois reservatórios. Esse fato é explicado pelo teorema de Carnot: “Nenhuma máquina trabalhando entre dois dados reservatórios térmicos pode ser mais eficiente do que uma máquina reversível trabalhando entre os dois reservatórios” (MOSCA; TIPLER, 2009, p. 643).

Para que uma máquina térmica trabalhe em um processo reversível, é necessário garantir a eliminação de qualquer atrito e forças dissipadoras em geral. De acordo com o livro de Mosca e Tipler (2009), as etapas de um ciclo de Carnot são:

1. Uma absorção quase-estática e isotérmica de calor de um reservatório quente;
2. Uma expansão quase-estática e adiabática para uma temperatura menor;
3. Uma liberação quase-estática e isotérmica de calor para um reservatório frio;
4. Uma compressão quase-estática e adiabática de volta ao estado original.

Suponhamos que temos um gás ideal monoatômico (um átomo) e queremos mostrar o rendimento da máquina de Carnot, como podemos ver pela Figura 17, o gás passará por quatro processos.

Figura 17 – Etapas do ciclo de Carnot.



Fonte: Campos ([202?]).

O rendimento de uma máquina térmica η é definido pela equação (B.1), onde W é o trabalho realizado pela máquina e Q_q é o calor retirado do reservatório de alta temperatura (MOSCA; TIPLER, 2009, p. 638).

$$\eta = \frac{W}{Q_q}, \quad (\text{B.1})$$

através da 1ª lei da Termodinâmica (2.3.4), podemos escrevê-la para um processo reversível da seguinte forma:

$$dQ = dW \Rightarrow \int_{Q_f}^{Q_q} dQ = \int dW \Rightarrow W = Q_q - Q_f, \quad (\text{B.2})$$

onde a energia interna $dU = 0$ devido ao fato de os estados inicial e final da máquina de Carnot são iguais para um ciclo completo e Q_f é calor absorvido pelo reservatório frio. Portanto, substituindo o trabalho de (B.2) no rendimento (B.1), obteremos:

$$\eta = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}. \quad (\text{B.3})$$

Vamos agora aplicar os processos do ciclo de Carnot. Primeiro, uma expansão isotérmica, ou seja, à temperatura constante que no caso será T_q (temperatura do reservatório quente em kelvin). Precisamos definir o teorema da equipartição da energia, que afirma que “quando uma substância está em equilíbrio há uma energia média de $\frac{1}{2}kT$ por molécula, ou $(\frac{1}{2}RT$ por mol, associada a cada grau de liberdade)” (MOSCA; TIPLER, 2009, p. 585). Podemos escrevê-la como sendo a equação (B.4):

$$U = \frac{1}{2}nNkT, \quad (\text{B.4})$$

sendo que n é número de graus de liberdade do sistema, N é o número de partículas do gás em questão, k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura do sistema dada em kelvin. Podemos diferenciar a equação (B.4), de modo que teremos:

$$dU = \frac{1}{2}nNkdT. \quad (\text{B.5})$$

Para esse primeiro processo onde ocorre uma expansão isotérmica, temos que a energia interna será nula, pois a diferencial da temperatura é zero pela equação (). Então, a 1ª lei da Termodinâmica (2.3.4) pode ser escrita como:

$$dQ = dW \Rightarrow Q_q = \int_{V_1}^{V_2} P dV, \quad (\text{B.6})$$

como vimos pela Figura 11, começamos pelo calor Q_q e o volume inicial V_1 para um volume maior V_2 . Além disso, foi considerada apenas a contribuição do trabalho exercido pelo gás:

$$dW = Fdx = PdAdx \Rightarrow dW = PdV, \quad (\text{B.7})$$

onde que P é a pressão exercida pelo gás, dA é o elemento infinitesimal de área do pistão, por exemplo, F é a força normal a superfície que o gás exerce sobre o pistão e dV é a diferencial de volume do gás. Para resolver a equação (B.6), precisamos encontrar uma relação da pressão com o volume, e isso, ocorre através da lei dos gases ideais, dada por (B.8):

$$P = \frac{NkT}{V}, \quad (\text{B.8})$$

sendo que (B.8) a lei dos gases ideais é uma equação de estado. Ao substituir na integração (B.6) e considerando a temperatura como sendo T_q (temperatura do reservatório quente), teremos:

$$Q_q = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT_q}{V} dV = NkT_q \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \quad (\text{B.9})$$

usamos a propriedade logarítmica $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.

Com relação ao processo de compressão isotérmica, temos que o volume V_3 é diminuído para um volume V_4 , a uma temperatura T_f (temperatura do reservatório frio) e como é $V_4 < V_3$, sabendo que o trabalho é negativo então o calor absorvido pelo reservatório frio Q_f será:

$$Q_f = - \int_{V_3}^{V_4} \frac{NkT_f}{V} dV = -NkT_f \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right). \quad (\text{B.10})$$

Agora vamos analisar os processos adiabáticos (sem trocas de calor), considerando um processo geral para depois aplicar as condições específicas. Fazendo $dQ = 0$ na 1ª lei da Termodinâmica (2.3.4), iremos obter:

$$dU = -dW, \quad (\text{B.11})$$

usando o teorema da equipartição (B.5), no qual o número de graus de liberdade para o gás monoatômico ideal é $n = 3$ referente à translação e o trabalho infinitesimal (B.7), temos então:

$$PdV = -\frac{3}{2}NkdT, \quad (\text{B.12})$$

substituindo a lei dos gases ideais (B.8):

$$\begin{aligned} NkT \frac{1}{V} dV &= -\frac{3}{2} Nk dT, \\ \frac{1}{V} dV &= -\frac{3}{2} \frac{1}{T} dT, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

e integrando (B.13), temos:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{V} dV &= -\frac{3}{2} \int \frac{1}{T} dT, \\ \ln(V) &= -\frac{3}{2} \ln(T) + C \Rightarrow \ln(V) + \frac{3}{2} \ln(T) = C, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

onde C é uma constante qualquer. Aplicando a exponencial na equação (B.14) e usando a propriedade logarítmica que diz que $n \ln(a) = \ln(a)^n$ vamos obter:

$$V \cdot T^{\frac{3}{2}} = e^C = \mathcal{C}, \quad (\text{B.15})$$

no qual $\mathcal{C}$ é uma constante. Fica evidente que o produto (B.15) é uma constante, com isso, vamos aplicar os processos do ciclo de Carnot. Temos uma expansão adiabática ($V_2 \rightarrow V_3$) com a temperatura indo ($T_q \rightarrow T_f$), onde T_q é a temperatura do reservatório quente e T_f a do reservatório frio; e uma compressão adiabática ($V_4 \rightarrow V_1$) com a temperatura indo ($T_f \rightarrow T_q$), respectivamente temos:

$$\begin{cases} T_q^{\frac{3}{2}} \cdot V_2 = T_f^{\frac{3}{2}} \cdot V_3 \\ T_f^{\frac{3}{2}} \cdot V_4 = T_q^{\frac{3}{2}} \cdot V_1 \end{cases}, \quad (\text{B.16})$$

manipulando as equações (B.16), temos a seguinte relação

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{T_q^{\frac{3}{2}}}{T_f^{\frac{3}{2}}} = \frac{V_3}{V_2} \\ \frac{T_q^{\frac{3}{2}}}{T_f^{\frac{3}{2}}} = \frac{V_4}{V_1} \end{cases} &\Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}. \\ &\Rightarrow \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Agora podemos calcular a eficiência da máquina de Carnot, tomando a divisão de (B.10) com (B.9), chegaremos em:

$$\frac{Q_f}{Q_q} = \frac{-NkT_f \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{NkT_q \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{-T_f \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{T_q \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}, \quad (\text{B.18})$$

podemos colocar o sinal negativo como um expoente do logaritmando, ou seja.

$$\frac{T_f \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{-1}}{T_q \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{T_f \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{T_q \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}, \quad (\text{B.19})$$

como vimos pela igualdade de (B.17), as razões que aparecem nos logaritmando de (B.19) são idênticas, logo a divisão entre os logaritmos é 1 e consequentemente a eficiência da máquina de Carnot η_C é:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_f}{T_q}. \quad (\text{B.20})$$

Podemos igualar a rendimento (B.3) com a de Carnot, teremos:

$$\begin{aligned} \eta = \eta_C &\Rightarrow 1 - \frac{Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{T_f}{T_q}, \\ &\Rightarrow \frac{Q_f}{Q_q} = \frac{T_f}{T_q}, \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

anteriormente vimos que $Q_f < 0$, então tomamos o negativo de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{-Q_f}{Q_q} &= \frac{T_f}{T_q} \Rightarrow \frac{-Q_f}{T_f} = \frac{Q_q}{T_q}, \\ \frac{Q_q}{T_q} + \frac{Q_f}{T_f} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

a equação (B.22) é a definição da entropia ΔS reversível para o ciclo de Carnot, logo

$$\Delta S = \frac{Q_q}{T_q} + \frac{Q_f}{T_f}, \quad (\text{B.23})$$

definimos a entropia reversível infinitesimal por (B.24):

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (\text{B.24})$$

que para um ciclo de Carnot (caminho fechado c), a entropia reversível será nula:

$$S = \oint_c \frac{dQ}{T} = 0, \quad (\text{B.25})$$

como a entropia é uma função de estado e o ciclo retorna ao mesmo estado termodinâmico inicial, a variação total da entropia para o sistema é zero ao fim do ciclo como podemos notar por (B.25).

APÊNDICE C – ENTROPIA DE BOLTZMANN

Antes de definir a entropia de Boltzmann, é necessário conhecer os postulados da mecânica estatística do equilíbrio, pois tal grandeza está inserida nesse contexto estatístico. De acordo com o livro *Introdução à Física Estatística* de Salinas, o postulado fundamental da mecânica estatística estabelece que: “Em um sistema estatístico fechado, com energia fixa, todos os microestados acessíveis são igualmente prováveis” (SALINAS, 2005).

Os microestados acessíveis ao sistema (Ω) são basicamente o número de maneiras possíveis que determinada partículas podem estar distribuída num dado sistema físico, ou seja, é uma grandeza probabilística. Com isso, podemos definir a entropia de Boltzmann (o segundo postulado) que está relacionada com a constante de Boltzmann k :

$$S = k \ln \Omega(E). \quad (C.1)$$

A equação (C.1) não é a entropia termodinâmica, pois o número de microestados acessíveis ao sistema Ω é uma grandeza que está relacionada com o muito pequeno (átomos e moléculas), então a conexão com a termodinâmica vem quando tomamos um número de partículas $N \rightarrow \infty$ tornando assim a entropia termodinâmica. Essa análise está relacionada com o *ensemble* Microcanônico — um conjunto de sistemas isolados igualmente preparados cuja energia total E é conservada assim como todas as outras grandezas —, um olhar do universo micro para compreender o macro.

APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE MAXWELL E A VELOCIDADE DA LUZ

As famosas equações de Maxwell que descrevem o comportamento eletromagnético na sua forma diferencial são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{ (Lei de Gauss),} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \text{ (Divergente de } \vec{B}), \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ (Lei de Faraday),} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{ (Lei de Ampère – Maxwell).} \end{array} \right. \quad (\text{D.1})$$

No vácuo, as equações de Maxwell (D.1) se tornam:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (\text{D.2})$$

Visto que o vácuo é ausência de matéria, o termo da densidade de carga $\rho = 0$ na Lei de Gauss, assim como a densidade de corrente da Lei de Ampère-Maxwell também se anula nas equações (D.1).

Para desacoplarmos as equações (D.2), necessitamos aplicar uma identidade importante do rotacional do rotacional de um campo vetorial:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}, \quad (\text{D.3})$$

sendo $\vec{A}$ um campo vetorial qualquer. Vamos utilizar o campo magnético $\vec{B}$ aplicado na identidade (D.3) e substituir os valores para o vácuo, teremos:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}, \\ \vec{\nabla} \times \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= -\nabla^2 \vec{B}, \\ \mu_0 \varepsilon_0 \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= -\nabla^2 \vec{B}, \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

para resolver a equação (D.4), podemos trocar a ordem das operações no lado esquerdo, ao considerar que estamos lidando com uma função suave. Então:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{B},$$

$$\begin{aligned}
\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) &= -\nabla^2 \vec{B}, \\
\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} &= \nabla^2 \vec{B}, \\
\nabla^2 \vec{B} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{D.5}$$

porém, a equação (D.5) é idêntica a uma equação de onda mecânica, de forma geral ela é relacionada com função de onda y e a velocidade da onda v da seguinte forma:

$$\nabla^2 y = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \tag{D.6}$$

Portanto, a equação de onda corresponde para as ondas eletromagnéticas, para o campo magnético e elétrico será respectivamente:

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}, \tag{D.7}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \tag{D.8}$$

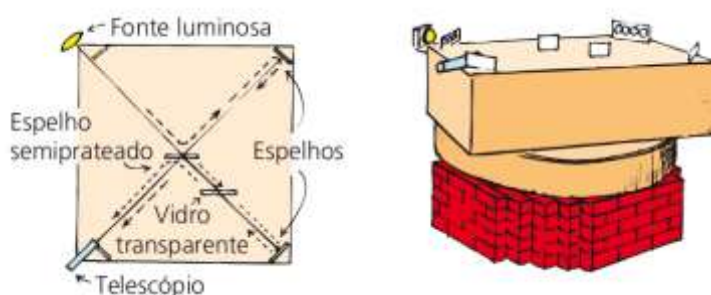
com $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, o que torna a luz estranha por ter uma velocidade constante no vácuo, diferentemente das ondas mecânicas!

APÊNDICE E – EXPERIMENTO DE MICHELSON-MORLEY

Os cientistas do século XIX Sabiam que todas ondas necessitavam de um meio material para se propagarem, e a velocidade dessas ondas possuem dependia com o meio em que elas percorrem. Então é justificado que naquela época se pensasse que a luz sendo uma onda eletromagnética dependeria de um meio como o suposto éter — que estaria em todo espaço, além de que os cientistas esperavam que fosse possível realizar medições do movimento absoluto da Terra em comparação com o éter, apesar dele nunca ter sido observado (TIPLER; LLEWELLYN, 2017, p. 26).

Em 1887 Albert Michelson (1852-1931) e Edward Morley (1838-1923) realizaram um experimento a fim de obter medições acerca do éter, através de um aparelho bastante sensível chamado interferômetro²⁷ de Michelson-Morley, no qual um feixe de luz monocromático (uma única cor ou frequência) era dividido em dois caminhos por meio de um semi espelho, seguindo trajetórias perpendiculares um com outro; os raios sofriam reflexões múltiplas provadas pelos espelhos formando assim padrões de interferência. O interferômetro era posicionado para que um dos caminhos feito pelo feixe de luz estivesse paralelo ao movimento orbital da Terra. Logo, eles estão em busca por alterações dos padrões de interferências visualizados no telescópio quando o aparelho era girado para mudar o caminho realizado pelo feixe em uma rotação de 90°. Na Figura 18 podemos observar a configuração do experimento realizado.

Figura 18 – Interferômetro de Michelson-Morley.



Fonte: Hewitt (2015, p. 660).

Foram feitos vários outros testes, porém nenhum mostrou diferença nos padrões de interferência mesmo rotacionando o equipamento diversas vezes, a luz não parecia depender do suposto éter e a conclusão que veio anos mais tarde com Einstein é a que a luz não necessita de

²⁷“O interferômetro é um dispositivo que pode ser usado para medir comprimentos ou variações de comprimento com grande precisão por meio de franjas de interferência” (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016, p. 218).

um meio material para se propagar, as ondas eletromagnéticas possuem uma velocidade limite no vácuo e é mais rápida possível no Universo.

APÊNDICE F – ONDAS DE DE BROGLIE

De Broglie percebeu que era possível associar a dualidade onda-partícula para matéria, como acontece com o fóton. Ele utilizou a quantização de Planck para energia $E = hf$, ao relacionar a velocidade de propagação de uma onda, que é dada pelo produto do comprimento de onda λ pela frequência f , então a velocidade da luz (onda eletromagnética) é:

$$c = \lambda f, \quad (\text{F.1})$$

então ao substituir na quantização da energia:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda}, \quad (\text{F.2})$$

de Broglie usou a relação relativística da energia total mostrada por Einstein, dado por:

$$E^2 = (m_0 c^2)^2 + (pc)^2, \quad (\text{F.2})$$

onde m_0 é a massa de repouso e p é a intensidade do momento linear. Para o fóton, sua massa de repouso é nula, então:

$$E = pc, \quad (\text{F.3})$$

substituindo em (F.2) obteremos o comprimento de onda de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (\text{F.4})$$

A equação (F.4) foi estendida além do fóton, para partículas subatômicas. Foram realizados experimentos envolvendo elétrons passando por fendas da ordem do comprimento de onda de elétrons e outras partículas da ordem subatômicas, e verificou-se que elas se comportavam também como ondas, conhecidas como ondas de matéria. Porém os efeitos quânticos no mundo macro não são perceptíveis, visto que o comprimento de onda para objetos como uma bola, por exemplo, estão na ordem de 10^{-35} m, então precisaríamos de uma fenda muito pequena para que o experimento de difração fosse medido.