

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
CAMPUS ARAPIRACA
FÍSICA - LICENCIATURA

CLEYDSON DARLAN ESTEVAM DA SILVA

**A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA: COMO A DILATAÇÃO DO TEMPO
AFETA O GPS?**

ARAPIRACA
2023

Cleydson Darlan Estevam da Silva

A Teoria da relatividade restrita: como a dilatação do tempo afeta o GPS?

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Física da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Física.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Lidiane Maria Omena da Silva Leão

Arapiraca

2023



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Campus Arapiraca
Biblioteca Setorial *Campus* Arapiraca - BSCA

S586t Silva, Cleydson Darlan Estevam da
A teoria da relatividade restrita [recurso eletrônico]: como a dilatação do tempo afeta o GPS? / Cleydson Darlan Estevam da Silva. – Arapiraca, 2023.
26 f.: il.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lidiane Maria Omena da Silva Leão.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Universidade Federal de Alagoas, *Campus* Arapiraca, Arapiraca, 2023.
Disponível em: Universidade Digital (UD) / RD- BSCA– UFAL (*Campus* Arapiraca).
Referências: f. 25-86.

1. Tempo. 2. Relatividade (Física). 3. Sistema de Posicionamento Global (GPS).
I. Leão, Lidiane Maria Omena da Silva. II. Título.

CDU 53

Cleydson Darlan Estevam da Silva

A Teoria da relatividade restrita: como a dilatação do tempo afeta o GPS?

Trabalho de conclusão de curso (TCC),
apresentado como requisito parcial para a
obtenção do grau de Licenciado em Física pela
Universidade Federal de Alagoas — Campus
Arapiraca.

Data de aprovação: 27/09/2023.

Banca examinadora

Documento assinado digitalmente
 LIDIANE MARIA OMENA DA SILVA LEAO
Data: 10/10/2023 17:25:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Lidiane Maria Omena da Silva Leão
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Orientadora)

Documento assinado digitalmente
 MORENO PEREIRA BONUTTI
Data: 10/10/2023 17:34:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Moreno Pereira Bonutti
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Examinador)

Documento assinado digitalmente
 SAMUEL SILVA DE ALBUQUERQUE
Data: 11/10/2023 12:43:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Samuel Silva de Albuquerque
Universidade Federal de Alagoas
Campus Arapiraca
(Examinador)

AGRADECIMENTOS

Ao meu único Deus, Pai, Filho e Espírito Santo por ter me ajudado nessa jornada, visto que sem sua graça e orientação não seria possível superar os desafios.

À minha família que o Senhor me deu, que sempre esteve ao meu lado e me apoiou incondicionalmente.

Aos meus professores pela dedicação em suas orientações.

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o objetivo de apresentar uma análise sobre como a relatividade do tempo afeta o GPS. Isso será feito com base na Teoria da Relatividade Restrita, verificando como as implicações da relatividade do tempo prejudicam a informação da localização do usuário. Sem essa importante descoberta do século XX, o GPS, usado por uma grande parcela da sociedade para a locomoção, seria inutilizável caso não fosse corrigido. Além disso, o trabalho mostra como é realizada a correção relativística necessária, que é aplicada no sistema por meio da matemática proposta pela teoria, para o seu devido funcionamento. Para isso, é importante compreender o funcionamento do GPS e a teoria proposta pelo físico Albert Einstein, a qual será apresentada e observada por meio de experimentos mentais e equações matemáticas. Não abordaremos a Teoria da Relatividade Geral, uma vez que ela exige conhecimentos mais complexos e avançados de física e matemática.

Palavras-chave: relatividade; Sistema de Posicionamento Global (GPS); tempo; teoria.

ABSTRACT

This work was developed with the objective of presenting an analysis of how time relativity affects GPS. This will be done based on the Theory of Special Relativity, examining how the implications of time relativity impair the user's location information. Without this important discovery of the 20th century, GPS, used by a large portion of society for navigation, would be unusable if not corrected. Furthermore, the work demonstrates how the necessary relativistic correction is performed, which is applied to the system through the mathematics proposed by the theory for its proper functioning. To achieve this, it is important to understand the operation of GPS and the theory proposed by physicist Albert Einstein, which will be presented and examined through thought experiments and mathematical equations. We will not address the Theory of General Relativity as it requires more complex and advanced knowledge of physics and mathematics.

Keywords: relativity; Global Positioning System (GPS); time; theory.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|----------|---|----|
| Figura 1 | – Ilustração do posicionamento dos satélites | 9 |
| Figura 2 | – Experimento da relatividade da simultaneidade..... | 13 |
| Figura 3 | – Efeito Doppler: Mudança de frequência sonora em baixas velocidades..... | 15 |
| Figura 4 | – Efeito Doppler para a luz: Desvio para o vermelho e azul..... | 16 |
| Figura 5 | – Experimento da dilatação do tempo..... | 17 |
| Figura 6 | – O movimento da luz para o observador R..... | 18 |
| Figura 7 | – Método usado pelo GPS para determinar a localização..... | 22 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GPS Sistema de Posicionamento Global

SUMÁRIO

| | | |
|------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 9 |
| 2 | A TEORIA | 12 |
| 2.1 | A relatividade da simultaneidade..... | 12 |
| 2.2 | A relatividade do tempo | 16 |
| 2.3 | Outros exemplos de relatividade..... | 20 |
| 3 | GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL..... | 22 |
| 4 | CONCLUSÃO | 25 |
| | REFERÊNCIAS | 26 |

1 INTRODUÇÃO

No século XX foram desenvolvidas diversas tecnologias que revolucionaram a humanidade. Entre as várias tecnologias criadas, destaca-se, para esta pesquisa, o GPS (*Global Positioning System*, em português é chamado de Sistema de Posicionamento Global), que se tornou essencial para a sociedade, sendo indispensável para a navegação marítima, aérea e terrestre. Muitas pessoas usufruem desse recurso diariamente por meio de aplicativos, e muitos empregos foram criados por meio de serviços eletrônicos de transporte urbano privado, mas esse não foi o objetivo primário da criação deste sistema, que foi desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos para uso militar, para guiar trajetórias de mísseis, localizar tropas e aperfeiçoar as estratégias militares. O GPS se fundamenta na transferência de informações por meio de ondas eletromagnéticas entre os satélites e os receptores. É necessária uma precisão temporal para que o funcionamento seja adequado, para isso, os satélites possuem relógios atômicos, a fim de possuir a medição de tempo mais exata possível. Além disso, o sistema conta com três segmentos, o segmento espacial, com 24 satélites distribuídos por seis planos orbitais, o segmento de controle que monitora os satélites e suas órbitas e por fim, o segmento do utilizador, que é o receptor ou o aparelho GPS (ZANOTTA; CAPPELLETTO; MATSUOKA, 2011).

Figura 1 – Ilustração do posicionamento dos satélites



Fonte: Garrett (2011).

Por trás desta grande tecnologia, existem diversos campos de estudos da física para o seu funcionamento adequado, como a mecânica clássica, relativística e quântica. Porém, esse trabalho abordará de forma mais completa apenas as implicações da Teoria da Relatividade

Restrita e como ela o afeta, porque a Teoria da Relatividade Geral envolve cálculos mais complexos, por esse motivo será abordada de forma limitada. A Teoria da Relatividade foi desenvolvida pelo físico alemão Albert Einstein (1879-1955) em duas etapas. A primeira publicação foi em 1905 e ficou conhecida como a Teoria da Relatividade Restrita ou Especial que trata sobre o movimento uniforme, ou seja, sem a presença da aceleração. A segunda foi publicada 10 anos depois, em 1915, e é conhecida como a Teoria da Relatividade Geral. Ele a desenvolveu porque viu que havia algumas incompatibilidades entre a Relatividade Restrita e a Teoria Newtoniana da Gravitação, como, por exemplo, a velocidade da interação gravitacional seria infinita para Newton. Além disso, a Teoria Newtoniana da gravitação não conseguia explicar alguns fenômenos que foram observados no universo, como a órbita anômala de Mercúrio. Isso levou Albert Einstein a desenvolver a Teoria da Relatividade Geral que introduziu um novo conceito sobre a gravidade, que agora é vista como uma propriedade da geometria do espaço-tempo (NOVELLO, 2013). Essas teorias enfrentaram muita resistência por parte da comunidade científica, pois contraria nossa experiência diária, além de ir contra com muitas ideias que eram certas e absolutas para a física da época. A argumentação de Einstein seguiu dois postulados propostos por ele, isto é, dois princípios que ele considerou como ponto de partida para a sua teoria. Dessa forma, Einstein assume duas afirmações que não podem ser demonstradas logicamente. O primeiro desses postulados diz que as leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais (os referenciais não inerciais são abordados pela Relatividade Geral). Não existe um referencial absoluto. Isso significa que, para qualquer observador inercial, ou seja, estando em repouso ou em velocidade constante (portanto, não apresentando aceleração), as leis da física serão as mesmas. Isso não quer dizer que os valores medidos serão os mesmos, como veremos mais na frente, podem ser diferentes, mas a lei é a mesma. O segundo postulado diz que a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais inerciais que é de $c = 299.792.458 \text{ m/s}$. Este postulado afirma que a velocidade da luz c sempre será a mesma para todos os casos, dessa forma mesmo que uma fonte de luz esteja em uma velocidade altíssima, a luz não terá uma soma das velocidades como se pensava, mas sempre será a mesma. Com isso, a única forma de dois observadores diferentes obterem o mesmo valor c para a velocidade seria se os intervalos de tempo e espaço fossem diferentes para eles (RENN, 2005).

Einstein verificou, como veremos mais adiante, que diferentes observadores, ou seja, diferentes referenciais, que estejam em movimento uniforme em relação um ao outro, percebem de forma diferente não só o espaço, mas também a passagem do tempo. Quanto maior a velocidade desse observador, mais devagar passará o tempo, isso contraria a física da época, que pensava que o tempo era absoluto e igual para todos os observadores (RENN,2005). Essa é a questão: A relatividade do tempo afeta os satélites? É provável que o tempo medido pelos satélites seja diferente para o receptor aqui na terra? É possível que a velocidade de 14 mil km/h faça seus relógios internos atrasarem afetando a precisão deles? Se sim, como resolver esses problemas? Esse trabalho tentará solucionar essas indagações. Os satélites devem ter uma precisão temporal para o funcionamento adequado, pois eles medem a distância conforme a equação:

$$\Delta S = v\Delta t \quad (1)$$

Significa que a distância medida entre o receptor e o satélite, sendo ΔS a variação do espaço, é dada por v , a velocidade da onda eletromagnética enviada como sinal pelo satélite, multiplicada pelo intervalo de tempo para o sinal chegar no dispositivo GPS, assim o receptor consegue calcular sua distância do satélite (ZANOTTA; CAPPELLETTO; MATSUOKA, 2011). Mas, como Einstein propôs que o tempo é relativo, é provável que a exatidão do GPS seja afetada. A equação (1) mostra que se o intervalo de tempo for alterado devido à dilatação do tempo, a localização, que representa a distância medida entre o receptor e o satélite, ou seja, ΔS , também será afetada e por consequência a exatidão do sistema; toda a problemática desse trabalho parte desse princípio.

2 A TEORIA

Relógios e réguas que se movem em relação a um referencial inercial em velocidades próximas à da luz se comportam de maneira diferente. Os relógios em movimento funcionam de maneira mais lenta, e as réguas se encolhem na direção do movimento. Tentar mostrar como ele chegou a essas conclusões não é muito fácil, principalmente porque, como se sabe, Einstein é reconhecido como um dos principais físicos da história (RENN,2005). A física em sua época possuía algumas questões não resolvidas, como no caso do eletromagnetismo, em que parecia haver uma diferença entre as leis do eletromagnetismo em um referencial inercial e as mesmas leis em outro referencial inercial. Além disso, na época, se pensava que a luz precisava de um meio para se propagar. A esse suposto meio foi dado o nome de éter. Apesar das várias tentativas de se encontrar o éter, nenhuma deu certo. O experimento mais famoso foi feito por Michelson e Morley, que mostrou que não havia éter algum e, por consequência, a velocidade da luz era a mesma em qualquer direção. Essas questões intrigaram Albert Einstein que propôs os dois postulados da relatividade para resolvê-las. Assim, no primeiro postulado, ele afirmou que todas as leis da física, incluindo as do eletromagnetismo, são válidas em todos os referenciais inerciais, e no segundo postulado, que a velocidade da luz é a mesma em todas as direções e em qualquer referencial inercial; por consequência disso, para que a luz tenha sempre a mesma velocidade, as transformações de Galileu, que traduzem matematicamente de um referencial para outro, foram substituídas pelas transformações de Lorentz, que resolveu os problemas do eletromagnetismo. Vale notar que não há erro algum nas leis eletromagnéticas, o erro estava na transcrição matemática de um referencial para o outro. Esses postulados ampliaram a noção de tempo e espaço. Para uma melhor compreensão, Einstein realizou um experimento mental sobre a simultaneidade entre dois eventos em locais diferentes, que é consequência direta de seus dois postulados (CARRON, 2006).

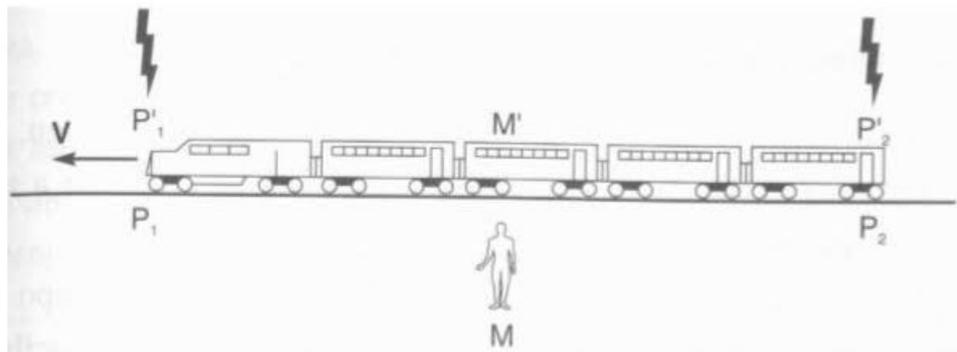
2.1 A relatividade da simultaneidade

Simultaneidade é uma ocorrência de dois eventos que acontecem no mesmo instante, ou seja, dois eventos independentes que acontecem simultaneamente. Sabendo disso, suponha um trem com um enorme comprimento em uma alta velocidade constante (próximo a velocidade da luz). No meio desse trem tem um detector de luz, detector M' , e nas

extremidades suponha que dois raios caíam, um raio caía na extremidade direita do detector M' , ou seja, na parte da frente do trem e outro caía na extremidade esquerda, na parte de trás do trem, estando o detector no centro. O detector foi configurado para que ao receber primeiro a luz que vem da sua direita (frente do trem), ele acende uma luz verde, se receber as duas luzes de forma simultânea, acende uma luz vermelha. Agora considere um outro detector, que foi chamado de detector M , e que está fora do trem e está em repouso em relação ao solo com as mesmas configurações do detector M' , dessa forma, se M receber primeiro a luz que vem da parte da frente do trem, luz verde e se receber simultaneamente, acende uma luz vermelha. Agora começa o experimento. Quando o trem vai passando por M , os dois raios caem, um na parte de trás e o outro na parte de frente do trem, o detector M que está em repouso em relação ao solo recebe as duas luzes dos raios de forma simultânea, acendendo a luz vermelha. Como os raios caíram na terra e deixaram marcas, é possível medir e observar que o detector M estava bem no meio dos raios (MARTINS, 2011).

Figura 2 – Experimento da relatividade da simultaneidade

Simultaneidade

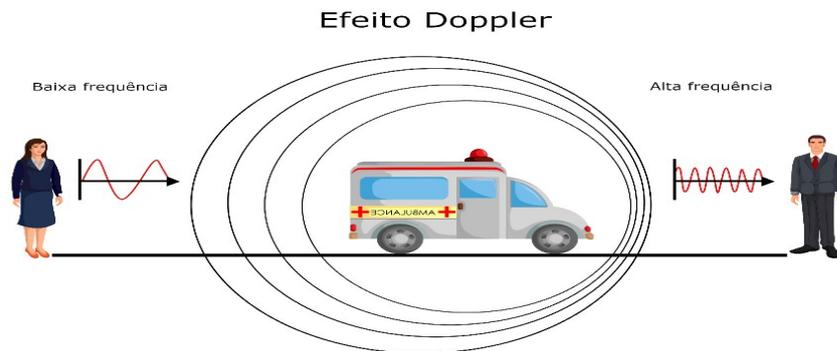


Fonte: Ribeiro (2013).

Então se M estava bem no meio, é possível afirmar que os dois raios caíram no mesmo instante, ou seja, conclui-se que o evento foi simultâneo. Entretanto, o detector M' emitiu uma luz verde afirmando que o raio da frente do trem caiu primeiro, porque enquanto ele estava indo com uma alta velocidade, estava se aproximando do raio que caiu na frente, e na mesma medida que M' se aproximava da luz que vinha do raio da frente, se afastava da luz que vinha do raio que caiu na parte de trás do vagão. Assim sendo, para um observador que

estivesse no lugar do detector M' , afirmaria que a queda dos raios não foi simultânea, mas que o raio da frente do vagão caiu primeiro, mas para outro observador que estava com M , o evento foi simultâneo, quem está certo? A única solução possível e que foi proposta por Einstein é que dois eventos podem ser simultâneos para um observador (em um referencial) mas para outro não e isso acontece porque para os dois observadores, a velocidade da luz tem que ser a mesma. Note também uma coisa, se um observador estiver dentro de uma câmara fechada, não haverá nenhum experimento que ele possa fazer para determinar se está em repouso ou em movimento uniforme, assim, se fizer todos os experimentos que ele imaginar, todos os resultados seriam os mesmos estando em velocidade constante ou parado em relação ao solo, pois as leis da física são as mesmas para todos os observadores. No caso dos detectores não se pode dizer que está certo um e o outro errado, as observações de ambos são igualmente válidas, isto serve para qualquer observador usando as leis da física. Esse experimento do trem e diversos outros experimentos comprovaram que a simultaneidade é relativa. O fato de que duas afirmações contraditórias sobre um mesmo evento podem estar certas é uma das conclusões ilógicas da teoria, entretanto isso também acontece no dia a dia. Por exemplo, pense no efeito Doppler, um fenômeno que ocorre em qualquer tipo de onda. O efeito Doppler é a mudança da frequência observada quando a fonte da onda está se movendo, o que causa uma variação na frequência. De maneira mais simples, já percebeu que a sirene da ambulância quando está se aproximando, o som é agudo e quando se afasta vai ficando grave? Isso está relacionado à frequência da onda. No caso de uma onda sonora, quanto maior a frequência, mais agudo é o som; quanto menor, mais grave. Assim, dois observadores em movimento relativo podem medir frequências diferentes para a mesma onda, e ambas as frequências estão corretas (HALLIDAY, 2009).

Figura 3 – Efeito Doppler: Mudança de frequência sonora em baixas velocidades



Fonte: Rodrigues ([20--]).

O efeito Doppler clássico pode ser observado em ondas que se propagam em velocidades bem menores que a luz. O efeito é descrito através dessa equação:

$$f = f_0 \frac{v \pm v_d}{v \pm v_s} \quad (2)$$

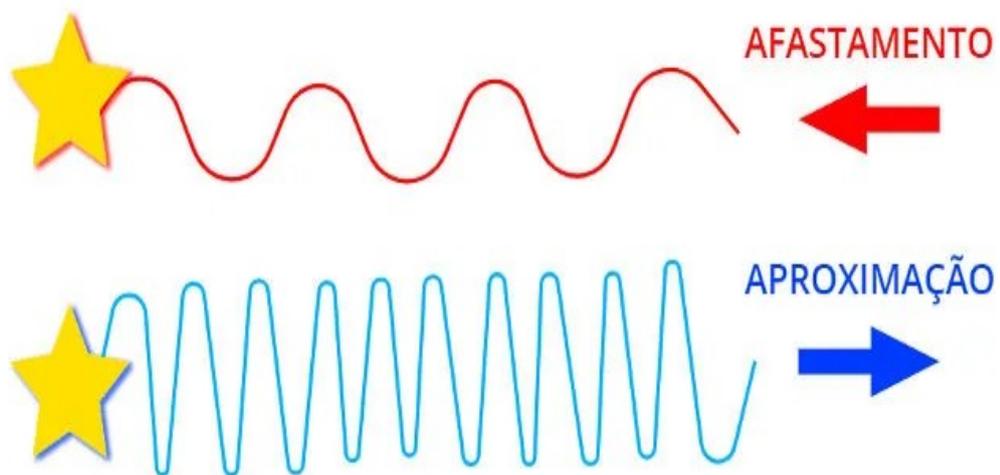
Sendo f_0 a frequência da fonte de onda, ou seja, a frequência original emitida em Hertz; f é a frequência observada; v é a velocidade da onda no meio, geralmente a velocidade do som no ar; v_d é a velocidade do detector em relação ao ar; e v_s é a velocidade da fonte em relação ao ar. O sinal é escolhido como positivo no numerador e negativo no denominador se o movimento do detector ou da fonte é no sentido de aproximá-los, resultando no aumento da frequência observada; quando é no sentido de afastamento, o sinal a ser usado é negativo no numerador e no denominador positivo, resultando na diminuição da frequência observada (HALLIDAY, 2009).

No caso da luz (onda eletromagnética, como usado pelo GPS), o efeito Doppler da luz depende apenas da velocidade relativa entre a fonte e o detector; quando o observador está se afastando da fonte a equação é a seguinte:

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \quad (3)$$

Sendo f_0 a frequência própria da fonte de luz em Hertz, f é a frequência medida, e β é v/c . Quando o observador está se aproximando da fonte, β é substituído por $-\beta$ (HALLIDAY, 2009). Assim como no efeito Doppler clássico para o som, é possível distinguir as frequências como sendo graves para baixas frequências e agudos para as altas. Da mesma forma, é possível distinguir, pelo efeito Doppler para a luz, as frequências, só que, nesse caso, por meio das cores, que são as mudanças das frequências de onda dentro da faixa do espectro visível. Cada cor de uma onda eletromagnética tem uma frequência e um comprimento de onda associados. Desse modo, quando uma fonte luminosa, como uma estrela, por exemplo, começa a se afastar da Terra, sua luz terá uma mudança na frequência, ocasionando um desvio para o vermelho. Caso se aproxime, sua luz tenderá ao azul, conforme a figura abaixo:

Figura 4 – Efeito Doppler para a luz: Desvio para o vermelho e azul



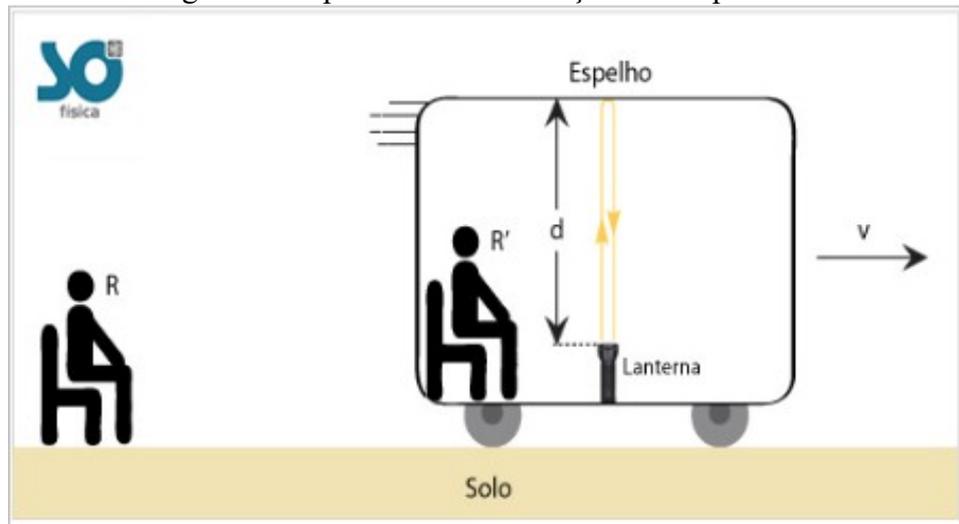
Fonte: Helerbrock ([20--]).

2.2 A relatividade do tempo

Para a luz ter uma velocidade constante em qualquer referencial e independentemente do movimento da fonte, o que se pensava sobre o espaço e o tempo é radicalmente mudado. Desse modo, espaço e tempo devem ser interpretados através da relatividade, deixando o senso comum de lado (RENN, 2005). Para melhor entender, é preciso fazer novamente um experimento mental. Imagine um trem em movimento (próximo à velocidade da luz) e, dentro dele, um observador R' que usa uma fonte (como uma lanterna) para emitir luz para o teto. No

teto, há um espelho que faz esse feixe de luz ser refletido de volta para a fonte. Para esse observador R', a trajetória da luz é uma linha vertical, percorrendo uma distância de ida e outra de volta até a fonte.

Figura 5– Experimento da dilatação do tempo



Fonte: DILATAÇÃO... (2019).

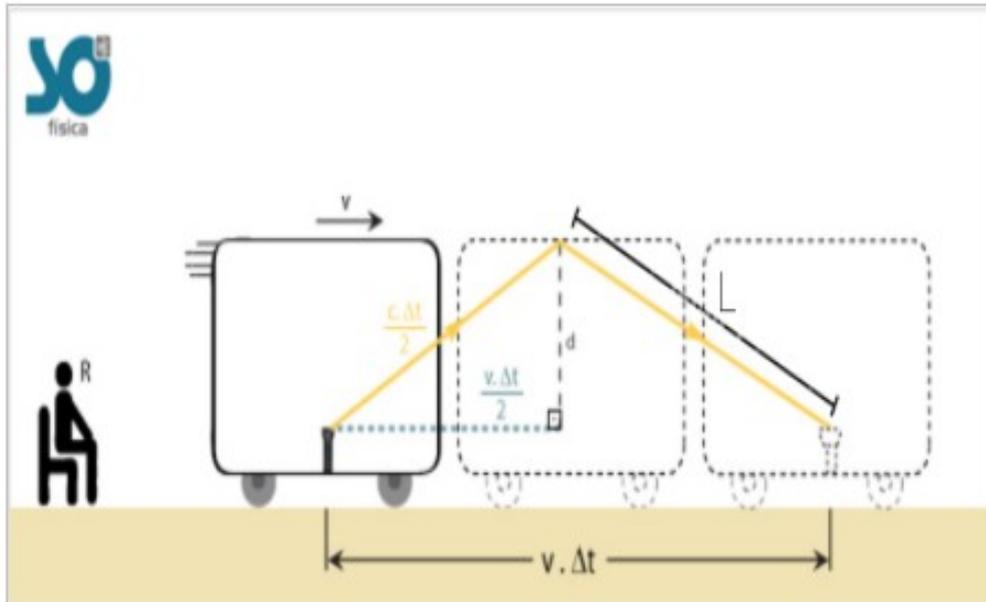
Assim, matematicamente a luz percorre para esse observador a equação:

$$2d = c\Delta t_0 \quad (4)$$

Ou seja, o dobro da distância, por ser de ida e volta, percorrida pela luz é igual à sua velocidade c vezes o tempo que ela levou para fazer esse trajeto. Agora, imagine um outro observador, R, que esteja fora do trem e em repouso em relação ao solo. Como a fonte se move com o trem enquanto a luz se propaga, o percurso da luz para R será diferente, conforme a imagem:

Figura 6 – O movimento da luz para o observador R

Fonte:



DILATAÇÃO... (2019).

Para R, a ida e a volta da luz ocorrem em pontos diferentes em relação ao seu referencial, o que faz com que R veja uma trajetória maior em comparação com o observador R'. Isso ocorre porque a trajetória da luz é diagonal. Assim a equação para R é dada por:

$$2L = c\Delta t \quad (5)$$

Conforme o postulado da velocidade da luz, ela se propaga com a mesma velocidade para os dois observadores, mas para R, a luz percorre uma distância maior, assim, $L > d$, e conseqüentemente, $\Delta t > \Delta t_0$. Dentro do vagão, há um vácuo para que não haja desvio da luz¹. Utilizando o Teorema de Pitágoras e isolando o tempo para o observador em repouso em relação ao solo:

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 \quad (6)$$

¹ Além disso, a luz é refletida no teto do vagão, obedecendo à lei da reflexão, que afirma que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão. Isso ocorre porque os ângulos são medidos em relação à normal à superfície do teto do vagão. Isso também garante que a luz não é desviada, o que confirma a simetria da figura. Como resultado, a luz retorna ao ponto de origem, mas em outro lugar, devido ao movimento do trem.

Isolando d na equação (4) e colocando na equação (6); multiplicando tudo por 4, temos:

$$c^2 \Delta t^2 = c^2 \Delta t_0^2 + v^2 \Delta t^2 \quad (7)$$

Depois dividindo por c^2 e uma simples manipulação algébrica vemos que:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8)$$

Onde Δt_0 é o tempo próprio em segundos que é o tempo medido por um observador que está em repouso em relação a dois acontecimentos que ocorrem no mesmo lugar. Para R' , a subida e descida da luz ocorrem no mesmo lugar, portanto tempo próprio, porque no referencial R , os eventos, subida e descida, ocorrem em lugares diferentes (MARTINS, 2011). Então observa-se que o relógio em movimento funciona mais devagar que o relógio em repouso, mas isso ocorre apenas quando a velocidade do movimento está próxima a da luz. Isso significa que para velocidades do cotidiano, os efeitos relativísticos são desprezíveis. Por isso, no dia a dia, não se observa essa dilatação no tempo. Einstein percebeu que o tempo e o espaço estão interligados, de modo que quanto mais se tem um, menos se tem do outro. Assim, o movimento faz com que o tempo desacelere (HEWITT, 2015). Mas não é só a velocidade próxima a da luz que faz o tempo desacelerar, mas segundo a Teoria Geral da Relatividade, a gravidade também tem efeito no tempo de modo que quanto maior for a gravidade, maior será a desaceleração temporal. Sem essas duas teorias, o sistema de navegação mundial não funcionaria corretamente. Quando o GPS foi inventado, todas as contribuições da relatividade foram levadas em conta para que o instrumento de localização funcionasse corretamente. Além do GPS, há também outras provas da dilatação do tempo, um deles são os múons, que são partículas elementares que originadas na atmosfera devido às colisões. Quando eles são produzidos duram apenas pouquíssimo tempo. Porém, quando surgem por causa das colisões, eles têm uma velocidade de $0,998c$, ou seja, apenas 0,2% menor do que a velocidade da luz. Quando estão nessa velocidade, em relação ao tempo na Terra, duram $63,51\mu s$, um período curto. Porém, quando estão em repouso, duram apenas $2,2\mu s$, o mesmo valor previsto pela equação da dilatação do tempo (FNTENELLE; SOUSA, 2020).

2.3 Outros exemplos de relatividade

Além da relatividade da simultaneidade e do tempo, há também outras relatividades como a do comprimento e da massa, por exemplo. O princípio é o mesmo, quando um objeto se aproxima da velocidade da luz, essas medidas se tornam relativas. Einstein demonstrou que o comprimento de um objeto na direção do movimento se contrai, enquanto a altura permanece a mesma. Por incrível que pareça, quando alguém mede um objeto em repouso e o mede novamente quando ele está em movimento próximo a velocidade da luz, as medições serão diferentes, o objeto parecerá menor. Outra consequência da teoria é que a massa varia de acordo com o aumento da velocidade. Quanto maior a velocidade, maior será a massa. Mas preste atenção, isso não quer dizer que a velocidade faz aumentar a quantidade de matéria, que permanece a mesma, mas que faz aumentar a inércia do corpo. A massa mede inércia, que é a resistência da matéria em mudar de velocidade. Por exemplo, de acordo com a lei da inércia, um corpo tende a permanecer em seu estado de repouso ou de velocidade constante, a menos que uma força seja aplicada para alterá-lo. Assim, quanto maior for a inércia desse corpo, maior será a força necessária para alterá-lo. Isso é o que acontece com o objeto quando ele se aproxima de c , será necessária mais força para acelerá-lo (SAMPAIO; CALÇADA, 2005)

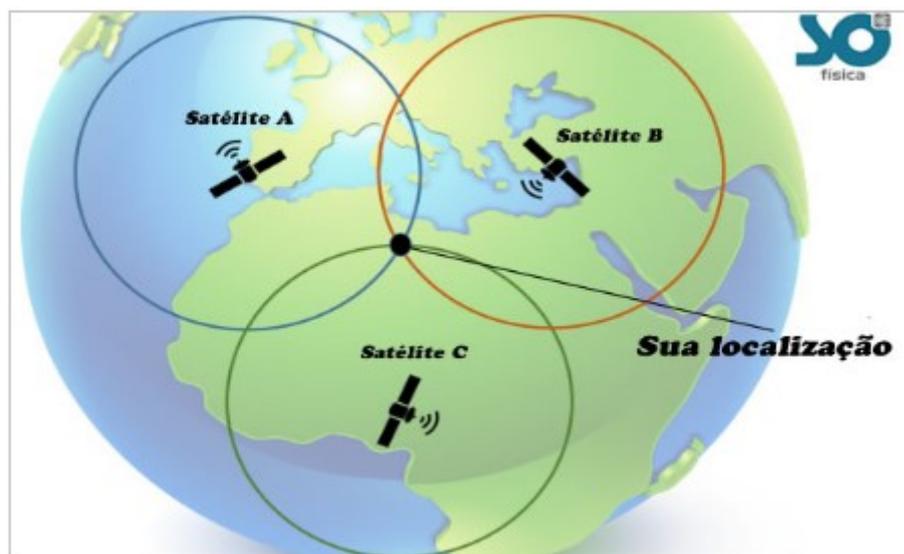
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (9)$$

Sendo m_0 a massa em quilograma de um corpo em repouso; note também que se a velocidade do objeto for exatamente igual a c , o denominador da equação se torna zero, o que não é possível em matemática, e se ultrapassar c , a raiz se torna negativa, o que também não é permitido. Dessa forma, é impossível um objeto atingir a velocidade da luz ou ultrapassá-la. Assim, a velocidade limite no universo é c , a qual apenas a luz pode alcançar, pois ela não possui massa. Usando uma outra propriedade matemática chamada limite, sabemos que quando uma fração tem seu denominador tendendo a zero (como no caso da velocidade do objeto sendo igual ou próximo de c), o valor da fração tende ao infinito, ou seja, quanto mais próximo o objeto estiver da velocidade c , sua massa, ou seja, sua inércia e não sua matéria, tenderá ao infinito. Para alcançar essa velocidade c , seria necessária uma quantidade infinita de energia, uma energia que nem mesmo o universo possui (O QUE... 2011).

3 GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

O GPS tem sido indispensável pela sociedade. Muitos o utilizam quase que diariamente, seja para o trabalho, ao sair de casa ou durante viagens, por isso é importante estudar como ele funciona. Os satélites do sistema enviam sinais constantemente e são captados pelos receptores como os que se têm nos celulares. Esses sinais mostram a posição e a hora exata em que foram emitidos pelos satélites. Quanto maior for o número de sinais captados, maior será a precisão do dispositivo. Com base nessas informações recebidas, os receptores utilizam um método matemático chamado de trilateração. É um processo para determinar o posicionamento de algo. O cálculo faz uso de 3 pontos de referência (3 satélites) para determinar a posição (MOREIRABY, 2016).

Figura 7 – Método usado pelo GPS para determinar a localização



Fonte: GPS... (2018).

No entanto, o relógio do receptor não está sincronizado com os dos satélites, uma vez que não são relógios atômicos, resultando em uma imprecisão considerável. Esse problema é resolvido com o uso de mais um satélite, portanto, são necessários pelo menos três satélites para a localização espacial e um adicional para a localização temporal, por isso, a configuração orbital do GPS foi concebida de uma maneira que pelo menos 4 satélites estejam visíveis aos usuários do sistema (FARIA, [20--]). No entanto, esse quarto satélite não resolve os problemas da dilatação do tempo proposto pela teoria. Como os relógios atômicos estão

dentro deles e possuem uma velocidade relativa alta devido as suas órbitas, então o tempo passará mais devagar neles (de acordo com a Teoria da Relatividade Restrita) em comparação com o tempo aqui na Terra para o usuário (ZANOTTA; CAPPELLETTO; MATSUOKA, 2011). Devido às velocidades dos satélites, que é de aproximadamente 14 mil km/h, ocorre um atraso de $7,2\mu\text{s}$ no tempo, resultando em uma dessincronização que afeta a precisão do sistema, isso é calculado pela equação (8), sendo v a velocidade do satélite em m/s e 86400s que é a quantidade de segundos em um dia de 24 horas, substituindo na equação (8) e subtraindo então os 86400 para calcular a diferença na dilatação do tempo, chegamos a $-7,2\mu\text{s}$ de dilatação, conforme mencionado anteriormente (COMO..., 2016).

A Teoria da Relatividade Geral também tem implicações no tempo, ela diz que quanto maior for a força gravitacional mais lento o tempo passará, como os satélites estão mais longe da Terra, a força gravitacional neles é menor, dessa maneira o tempo na órbita passa mais rápido, tendo um acréscimo, segundo o cálculo da equação da Teoria da Relatividade Geral, de $45,9\mu\text{s}$, assim, os satélites ao enviarem os sinais, os efeitos da dilatação já são levados em conta e corrigidos. Se os efeitos relativísticos não fossem levados em consideração, os sistemas de navegação sofreriam um erro de $38,7\mu\text{s}$ que é o tempo dilatado total ($45,9\mu\text{s} - 7,2\mu\text{s}$), é algo bastante considerável porque causaria uma imprecisão de mais de 11 km por dia, conforme a Teoria da Relatividade (FRANCIOLLE, 2021). Esse resultado é obtido usando a equação (1), substituindo o valor de c e usando $1\mu\text{s}$ como medida do erro que seria causado apenas nessa fração de tempo:

$$\Delta s = 299792458 \left(\frac{m}{s} \right) \times 0,000001 (s) \quad (10)$$

Ao calcular, podemos ver que em apenas $1\mu\text{s}$ o erro seria de 299,79m, inclusive essa é a velocidade da luz em um microssegundo. Como em um dia há um erro de $38,7\mu\text{s}$ causado pela dilatação do tempo pela velocidade e pela gravidade, concluímos que o erro será de 11,6km; usando o resultado da equação (10) multiplicada por 38,7:

$$\Delta s = 299,79 \left(\frac{m}{\mu s} \right) \times 38,7 (\mu s) \quad (11)$$

$$\Delta s = 1,1601873 \times 10^7 m = 11,6 km \quad (12)$$

O GPS também utiliza essas informações enviadas pelos satélites para determinar a velocidade na qual o aparelho está se movendo, através do efeito Doppler da luz, que, como já foi explicado, consiste na mudança da frequência de uma onda devido ao movimento da fonte. Quando os satélites emitem os sinais, a frequência recebida pelo receptor é alterada devido ao efeito Doppler, permitindo que o GPS calcule essa mudança de frequência e determine a velocidade pela equação (3). Esse efeito também é usado por radares para determinar a velocidade de um automóvel na pista, no caso do GPS, entretanto, foi necessário uma correção relativística para determinar a velocidade, uma vez que não se trata de um efeito Doppler clássico, mas sim relativístico.

Vale notar que há outros fatores que não foram considerados neste trabalho. Por isso a equação (3) ainda não é suficiente para resolver todos os problemas na determinação da velocidade do receptor. Existem outros fatores a serem analisados, como a atmosfera, que pode causar atrasos e desvios nos sinais de GPS, levando a erros de posicionamento e velocidade. Para resolver esses problemas, as medições são corrigidas com modelos matemáticos que levam em conta as condições atmosféricas, como pressão, temperatura, umidade, e outros fatores além da atmosfera, como vento solar e até mesmo a gravidade, pois na Relatividade Geral até a gravidade afeta o efeito Doppler, o que não é considerado pela equação (3) entre outros efeitos de segunda ordem (ZHANG; ZHANG; GRENFELL; DEAKIN, 2006).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi visto, a relatividade do tempo causa uma diferença entre o tempo medido pelos satélites e o tempo medido por um receptor GPS aqui na Terra. Como o sistema de localização requer uma medição precisa do tempo para uma precisão espacial, sem as correções relativísticas, seria impossível realizar qualquer localização na Terra por meio desse sistema. Seria necessário inventar outro método para determinar a localização de um objeto na Terra, mas provavelmente não seria tão eficaz, simples e prático para o usuário como o GPS.

Embora a dilatação do tempo seja muito pequena, essa pequena dilatação já é suficiente para invalidar a localização do GPS. Por esse motivo, a Teoria da Relatividade Restrita e Geral são cruciais para o uso adequado desse sistema, sendo uma grande prova de que o tempo dilata em alta velocidade, o que mostra que os conceitos e postulados da Teoria da Relatividade são verdadeiros. Além da Teoria da Relatividade Restrita e Geral usadas para uma localização precisa, o GPS também usufrui do efeito Doppler para medir a velocidade com que o receptor se move no espaço que se encontra, assim é possível medir a quantidade de tempo necessário para um objeto chegar em um determinado local.

O fato de a relatividade ser apenas observada em velocidades próximas a da luz, velocidades essas quase inatingíveis, faz com que o senso comum imagine que esse conceito relativístico esteja muito distante da realidade, quase uma utopia para muitos. Mesmo que seja uma verdade, veem que não há nenhuma aplicação possível desse conhecimento na sociedade ou ainda que não tenha nenhuma utilidade, ou se tiver, apenas em um tempo muito distante no futuro. E isso não é verdade. A Relatividade foi aplicada em um sistema do século passado e hoje é utilizada por inúmeras pessoas.

REFERÊNCIAS

BETZ, Prof. Michel Emile Marcel. Segundo Postulado da relatividade especial. **CREF**, 2017. Disponível em: <https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=segundo-postulado-da-relatividade-especial>. Acesso em: 02 maio 2021.

COMO funciona o GPS?. [S.l.: s.n.], 2006. 1 vídeo (4 min). Publicado pelo canal Poeira Cósmica. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=H-VhzCEGp8k>. Acesso em :15 ago. 2021

CARRON, Wilson. **As faces da física**: volume único. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

DILATAÇÃO do tempo. **Só Física**, Porto Alegre, 2019. Disponível em: https://www.sofisica.com.br/conteudos/fisicamoderna/Relatividade/dil_tempo.php. Acesso em: 04 abr. 2023.

FARIA, Caroline. GPS (Sistema de Posicionamento Global). **Infoescola**, [20--]. Disponível em: <https://www.infoescola.com/cartografia/gps-sistema-de-posicionamento-global/>. Acesso em: 01 ago. 2021.

FNTENELLE, Pablo Julliano Gomes; SOUSA, Mikael Souto Maior de. Correções da relatividade restrita no problema do decaimento do múon: uma revisão conceitual. **RCT - Revista de Ciência e Tecnologia**, v. 6, 2020. Disponível em: <https://revista.ufr.br/rct/article/download/6074/2849/23791>. Acesso em: 31 mar. 2023.

FRANCIOLLE, Marcello. O que é dilatação do tempo? **Gaia Ciência**, 18 nov. 2021. Disponível em: <https://gaiaciencia.com.br/o-que-e-dilatacao-do-tempo-espaco-fisica#:~:text=A%20dilata%C3%A7%C3%A3o%20do%20tempo%20%C3%A9,positivo%20em%20um%20campo%20gravitacional>. Acesso em: 24 ago. 2023.

GARRETT, Filipe. Saiba o que é GPS e como funciona. **techtudo**, 2011. Disponível em: <https://www.techtudo.com.br/noticias/2011/12/como-funciona-o-gps.ghtml>. Acesso em: 08 abr. 2023.

GPS: o que é, como funciona. **Só Física**, Porto Alegre, 2018. Disponível em: <https://www.sofisica.com.br/conteudos/curiosidades/gps.php>. Acesso em: 05 ago. 2023.

HALLIDAY. David. Relatividade. *In*: HALLIDAY. David. **Fundamentos de física**: óptica e física moderna. 8. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. cap. 37, p. 146-184.

HELERBROCK, Rafael. "O que é efeito Doppler?". **Brasil Escola**, [20--]. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/fisica/o-que-e-efeito-doppler.htm>. Acesso em 25 de julho de 2023.

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

MARTINS, Jorge Sá. Relatividade da simultaneidade. Rio de Janeiro: [s.n.], 17 abr. 2011. 1 vídeo (8 min). Publicado pelo canal FísicaModernaUFF. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=v2vCj7iQRC0&list=PL7C4772CDC6D6BE83&index=10&t=328s>. Acesso em: 18 maio 2023.

MOREIRABY, Benjamin Grando. Diferença entre trilateração e triangulação. **Blog das diferenças**. 29 set. 2016. Disponível em: <http://www.galirows.com.br/meublog/blogdasdiferencas/2016/09/29/diferenca-trilateracao-triangulacao/> Acesso em: 02 maio 2021.

NOVELLO, Mario. A interação gravitacional. **Revista Carbono**, n. 5, p. [1-11], 2013. Disponível em: <http://www.revistacarbono.com/wp-content/uploads/2013/12/A-intera%C3%A7%C3%A3o-gravitacional-Mario-Novello.pdf>. Acesso em: 29 set. 2023.

O QUE é a teoria da relatividade? 2011. **Revista Super Interessante**, São Paulo, 2011. Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-e-a-teoria-da-relatividade-2/>. Acesso em: 12 abr. 2023.

RENN, Jürgen. A física clássica de cabeça para baixo: como Einstein descobriu a teoria da relatividade especial. **Rev. Bras. Ensino Fís.** v.27, n.1, p.27-36, 2005. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1806-11172005000100004>.

RIBEIRO, Jair Lucio Prados. Relatividade especial. **Slideshare**, 6 jun. 2013. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/jlp1973/relatividade-especial-slideshow-by-jair-lp>. Acesso em: 24 ago. 2023.

RODRIGUES, Luiz Guilherme Rezende. Efeito Doppler. **Info escola**, [20--]. Disponível em: <https://www.infoescola.com/fisica/efeito-doppler/>. Acesso em: 04 abr. 2023.

SAMPAIO, José Luiz; CALÇADA, Caio Sérgio. **Física**. 2. ed. São Paulo: Atual, 2005.

ZANOTTA, Daniel Capella; CAPPELLETTO, Eliane; MATSUOKA, Marcelo Tomio. O GPS: unindo ciência e tecnologia em aulas de física. **Rev. Bras. Ensino Fís.** v. 33 , n. 2, jun. 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/dWNb3PyKWnCsg9wXkqqC9vf/abstract/?lang=pt#>. Acesso em: 22 mar. 2023.

ZHANG, J; ZHANG, K; GRENFELL, R; DEAKIN, R. 'On the relativistic Doppler effect for precise velocity determination using GPS', **Journal Of Geodesy**, v. 80, p. 104-110, 2006.